

ARTÍCULO

## Un modelo de floculación en la suspensión

### A model of flocculation in suspension

Fecha recepción: 2006-05-05 / Fecha aceptación: 2006-10-17

**Serguei Lonin**

E-mail: slonin@costa.net.co

Grupo de Investigación en Oceanología, Escuela Naval de Cadetes  
“Almirante Padilla”, Cartagena de Indias, D. T. y C., Colombia.

**Victor Masson**

E-mail: vmasson@inocar.mil.ec

Instituto Oceanográfico de la Armada del Ecuador, Guayaquil, Ecuador.

### Resumen

Se presenta un modelo lagrangeano de dinámica de flóculas que considera partículas minerales finas en suspensión. El modelo describe en forma discreta el movimiento turbulento de las partículas, su sedimentación dependiendo del tamaño de grano de los agregados, así como los procesos de interacción que conllevan a la agregación y disgregación de las flóculas. Con base en múltiples experimentos numéricos se persigue establecer una parametrización de la floculación dependiendo de la concentración de flóculas suspendidas y la energía cinética de turbulencia del fluido. Con partículas elementales de  $10 \mu\text{m}$ , estrés de Reynolds de  $2.34 \text{ N m}^{-2}$  y concentraciones entre  $1$  y  $550 \text{ mg l}^{-1}$  se obtiene un espectro gaussiano de distribución del tamaño de flóculas. Aumentando el estrés, el espectro tiende a disminuir hasta que las flóculas desaparecen. En adición, se logra describir en el modelo el concepto gráfico dado por Dyer sobre la floculación. En general, bajo los límites pre-establecidos del experimento, se obtiene una representación aceptable de la dinámica de flóculas para las simulaciones en los modelos hidrodinámicos complejos. El uso de las parametrizaciones expuestas es sugerido en simulaciones de sedimentos cohesivos.

**Palabras claves:** Modelo lagrangeano, floculación, sedimentos cohesivos.



**CIOH**  
www.cioh.org.co

## Abstract

A lagrangian model applied to dynamics of flocs considering fine mineral particles in suspension is presented here. The model describes in discrete way the turbulent motion of particles, their sedimentation depending on the aggregates grain size and the interaction processes to reach flocs aggregation and disaggregation. Based on multiple numerical experiments, a parameterization of the flocculation process is proposed as a function of concentration of flocs in suspension and the fluid turbulent kinetic energy. For elemental particles of  $10 \mu\text{m}$ , Reynolds stress of  $2.34 \text{ N m}^{-2}$  and concentrations between 1 and  $550 \text{ mg l}^{-1}$ , the gaussian spectral distribution of floc sizes was obtained. Increasing the stress, this spectrum tends to be flatter until all flocs disappear. In addition, this modeling study has achieved the Dyer's graphical concept about the flocculation. In general, under the pre-defined experimental conditions, a reasonable representation of flocs dynamics was obtained for simulations in complex hydrodynamic models. The parameterizations used here are suggested to perform predictions for cohesive sediments.

**Key words:** Lagrangian modelling, flocculation, cohesive sediments.

## Introducción

La dinámica de sedimentos cohesivos está sujeta a los procesos de floculación y a la formación de agregados de partículas de limos y arcillas a través de las fuerzas de atracción de Van der Waals. La floculación requiere colisión entre las partículas, cuyos mecanismos presentados en Rijn [1] son resumidos a continuación:

- Movimiento browniano de partículas (generalmente menores de  $4 \mu\text{m}$ ), cuando la cantidad de colisiones es linealmente proporcional a la concentración;

- Mezcla turbulenta como resultado de gradientes de velocidad en el fluido;
- Caída diferencial por gravedad, debido a diferencias entre los tamaños de partículas. Partículas mayores en su caída pueden agregar partículas menores.

La intensidad de floculación depende del tamaño y concentración de las flóculas; de la salinidad y temperatura del medio y de la presencia de materia orgánica, la cual aumenta la eficiencia del proceso. La salinidad entre los límites de 5 y 10 aumenta la intensidad de floculación [2], lo que indica la relevancia de este proceso en estuarios. Estudios en la Bahía de Cartagena, influenciada por el Canal del Dique [3-5], motivaron la búsqueda de mejores descripciones del proceso de floculación. Dicho proceso es relevante en ambientes lodosos como las zonas costeras del Pacífico colombiano.

En la práctica de la modelación dinámica de sedimentos cohesivos se utilizan ciertas parametrizaciones del proceso de formación de flóculas para describir adecuadamente la velocidad de caída de partículas/agregados ( $w_{floc}$ ). Krone [2] propuso una parametrización bajo condiciones en que el estrés en el fluido es demasiado pequeño y la velocidad de caída es proporcional a la concentración volumétrica ( $C_v$ ) elevada a un exponente entre uno y dos. La forma general de dicha ecuación es:

$$w_{floc} = kC_v^m \quad (1)$$

En uno de los modelos hidrodinámicos avanzados (ECOMSED, Hydroqual Inc.), la caída de las flóculas se parametriza a través de la concentración  $C$  en suspensión y el estrés interno  $G$  a través de la fórmula [6]:

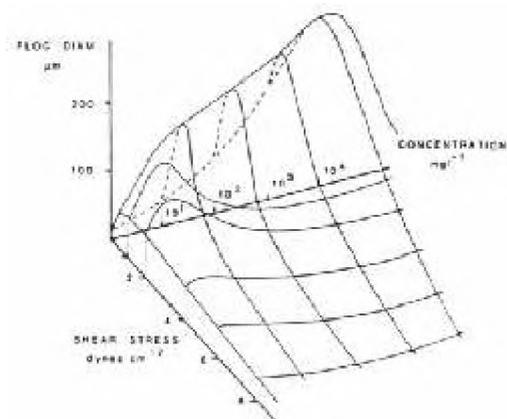
$$w_{floc} = \alpha(CG)^\beta, \quad (2)$$

donde  $\alpha = 2.42$  y  $\beta = 0.22$ .

Según esta última expresión, el aumento de concentración y del estrés aumentan el

diámetro de flóculas y, por lo tanto, su velocidad de caída.

Dyer [7] en su revisión de los procesos sedimentarios en estuarios presentó un concepto gráfico del proceso de floculación, mostrado en la Figura 1.

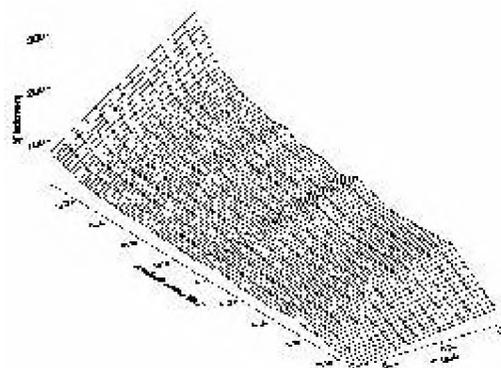


**Figura 1.** Concepto gráfico de Dyer sobre la floculación. (K.R. Dyer, Sediment processes in estuaries: future research requirements, J. Geophys. Res., Vol. 94, No. C10, p. 14.327-14.339, October 1989. (Copyright [1989] American Geophysical Union. Reproduced by permission of American Geophysical Union).

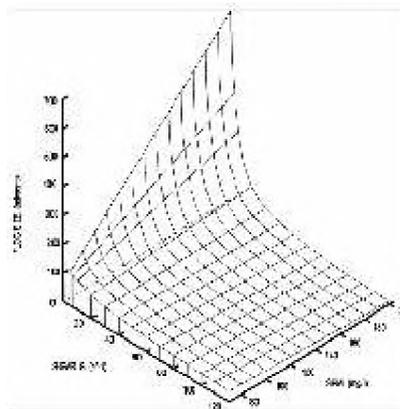
Según este concepto, el aumento de concentraciones hasta  $10^4 \text{ mg l}^{-1}$  junto con un estrés aproximadamente menor que  $1 \text{ dina cm}^{-2}$  favorecen el crecimiento de las flóculas y la velocidad de caída, debido a la intensificación de mezcla y cantidad de colisiones entre las partículas. Un posterior aumento de concentraciones aumenta el contenido de agua en los espacios interporosos de las partículas y su densidad, con respecto a la densidad del agua, logra equilibrarse. Con mayor aumento del estrés los agregados se destruyen. Es claro que las fórmulas (1) y (2) no reflejan el comportamiento a concentraciones mayores que  $10^4 \text{ mg l}^{-1}$  y estrés mayor que  $1 \text{ dyne cm}^{-2}$ .

Se realizaron intentos para simular el comportamiento conceptualizado por Dyer. El modelo de Trento [8] logra definir la fase de desagregación de flóculas bajo tensiones

fuertes en el fluido y el crecimiento de velocidad de caída con el aumento de concentraciones (Figura 2); sin embargo, Trento no describe totalmente el proceso bajo tensiones menores y altas concentraciones. Los experimentos de laboratorio, realizados por Manning y Dyer [9], permitieron obtener la forma funcional mostrada en la Figura 3, pero no logran definir el comportamiento de floculación en todos los intervalos de  $C$  y  $G$ . Incluso, las Figuras 2 y 3 contradicen a la fórmula (2) con respecto a la dependencia del estrés  $G$ , o mas bien, la fórmula (2) no se aplica a los intervalos considerados en los trabajos citados.



**Figura 2.** Resultado de modelación del proceso de floculación, realizado por Trento [8]. La reproducción autorizada por el autor (Alfredo E. Trento 2005; Fac. de Ingeniería y Cs. Hídricas - Universidad Nacional del Litoral, Argentina).



**Figura 3.** Experimentos de laboratorio, efectuados por Manning y Dyer [9]. La reproducción autorizada por el Dr. Manning.

Las limitaciones de los modelos de Manning y Dyer y de Trento, motivaron el presente trabajo, cuyo objetivo fue buscar una parametrización del proceso de floculación acorde con el concepto de Dyer, que permita una descripción mejorada de este proceso en modelos hidrodinámicos complejos. Con este fin, fue necesario formular un modelo explícito de floculación y realizar múltiples experimentos numéricos con el objetivo de encontrar una forma paramétrica para este proceso. La siguiente sección explica el modelo de floculación, su formulación física y matemática. Posteriormente, en los “Resultados” se presenta la forma algebraica que parametriza el tamaño de agregados en función de la concentración de partículas y la intensidad de turbulencia en el medio. En el apartado “Discusión” se definen las ventajas de nueva parametrización, su aplicabilidad y el proceso de calibración para cada sitio específico, basándose en el estudio de sensibilidad del modelo.

## Modelo

### Formulación física

En el presente estudio vamos a considerar que el líquido es newtoniano y multicomponente, es decir, está compuesto de la fase líquida propiamente y un espectro de partículas. El límite del espectro es bien definido por las partículas elementales (no flóculas) del material cohesivo y los agregados de distintos tamaños, resultado del proceso de floculación. Todas las partículas son pasivas, influenciadas por la dinámica del líquido y no afectan dicha dinámica por la transmisión de impulso, ni por estratificación en suspensión. Se asume que las partículas son suficientemente pequeñas en comparación con los vórtices turbulentos en el líquido, pero son suficientemente grandes para no considerar el movimiento browniano.

Nos interesa el régimen estacionario, sin considerar la resuspensión del fondo por

erosión de partículas. Vamos a asumir que el contenido de agua de agregados, resultado de la colisión de partículas, no se incrementa, es decir, la densidad de los agregados se queda igual a la densidad de las partículas elementales; el volumen de los agregados es igual a la suma de los volúmenes de las partículas (elementales o flóculas) en colisión. El movimiento compensatorio del líquido debido a la caída colectiva de partículas se puede parametrizar dependiendo de la concentración en suspensión, cuando estas concentraciones son altas. Las partículas tienen forma esférica y se asume que inicialmente no hay flóculas, solo las partículas elementales.

Se requiere de un proceso transitorio entre las condiciones iniciales y el régimen estacionario. Durante este proceso se forma cierta distribución de partículas y flóculas. Se asume un dominio 2D con una dimensión horizontal y otra vertical con condiciones localmente homogéneas. Las partículas son transportadas al dominio mediante inyección espacialmente aleatoria. La precipitación de las partículas en el fondo se recompensa por la misma inyección de partículas elementales, lo que permite separar el proceso de erosión del fondo y los procesos locales de floculación. Lo último también garantiza que la no-conservatividad del proceso se encuentra únicamente en las pérdidas y ganancias de cada clase (discreto!) de flóculas a lo largo del espectro del tamaño de grano, mientras que la masa total (la concentración) de partículas suspendidas se conserva.

Se toma el sistema de coordenadas de Lagrange y se supone que las partículas están sujetas a movimiento en el campo de turbulencia homogénea e isotrópica, con una velocidad de caída que difiere entre las partículas únicamente por su tamaño. La colisión entre partículas se define en forma discreta, analizando las trayectorias cruzadas que hace un par de partículas durante un paso discreto de tiempo. La eficiencia de colisiones, es decir, el éxito de formación de flócula después de una colisión se asume ser menor del 100%. La

eficiencia de los mecanismos de agregación es independiente de los tamaños de las partículas.

### Formulación matemática

De acuerdo con lo considerado en la formulación física, eliminamos la tercera dimensión, integrando la concentración  $C$  en  $y \in [0, Y]$ :

$$\bar{C} = \frac{1}{Y} \int_0^Y C \partial y \approx C(x, y, z). \quad (3)$$

Aquí,  $x$  representa la coordenada horizontal y  $z$  la vertical.

Desde entonces, la concentración volumétrica se puede definir a través del número de partículas elementales  $n_p$  con su respectivo diámetro  $d$  en un dominio  $\Omega$  limitado por la profundidad  $h$  y una distancia horizontal  $L$ :

$$c_v = \frac{\pi}{6} n_p \frac{d^3}{h \times L}. \quad (4)$$

Las coordenadas de las partículas pueden definirse en forma lagrangiana [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_k}{\partial t} &= \langle u \rangle + u'_k, \\ \frac{\partial z_k}{\partial t} &= \langle w \rangle + \tilde{w}_{ok} + w'_k, \end{aligned} \quad (5)$$

donde  $\langle u \rangle, \langle w \rangle$  son velocidades que pueden ser calculadas a través de un modelo hidrodinámico;  $u'_k, w'_k$  son pulsaciones turbulentas y  $\tilde{w}_{ok}$  es la velocidad de caída de las partículas por la gravedad. En nuestro caso la advección de partículas en  $\Omega$  no se define explícitamente, así que  $\langle u \rangle = \langle w \rangle = 0$ .

En una primera aproximación, cuando el estrés es pequeño comparado con el diámetro de las partículas, la velocidad de caída está definida por la ley de Stokes

$$w_{ok} = \frac{g d_k^2 (\rho_s / \rho_0 - 1)}{18 \nu}, \quad (6)$$

donde  $\rho_0, \rho_s$  es la densidad del agua y de la

partícula, respectivamente,  $g$  es la gravedad y  $\nu$  es la viscosidad molecular cinemática del agua.

La ley de Stokes (6) se aplica sólo cuando el diámetro de la partícula se encuentra entre  $1 < d_k < 100 \mu m$ . Cuando el diámetro aumenta se utilizan las siguientes fórmulas [1]:

$$\begin{aligned} \text{Si } 100 < d_k < 1000 \mu m \\ w_{ok} &= \frac{10\nu}{d} \left[ \left[ 1 + \frac{0.01(\rho_s / \rho_0 - 1) g d_k^3}{\nu^2} \right]^{0.5} - 1 \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } d_k < 1000 \mu m \\ w_{ok} &= 1.1 \left[ (\rho_s / \rho_0 - 1) g d_k \right]^{0.5} \end{aligned} \quad (8)$$

La fórmula (7) es una interpolación entre las (6) y (8). La primera depende de la viscosidad del agua, la última no.

Cuando las concentraciones están por encima de  $10,000 \text{ mg l}^{-1}$ , el efecto de sombra es significativo. En este caso, la caída de flóculas se reduce por el desplazamiento compensatorio de flujo hacia arriba. Nuestro tratamiento no define explícitamente influencia alguna de las partículas hacia el fluido, por tanto se requiere una parametrización de este proceso. Con tal objetivo usamos la siguiente ecuación propuesta por Rijn [1]:

$$\tilde{w}_{ok} = w_{ok} (1 - a C_v)^b \quad (9)$$

donde  $a$  y  $b$  son coeficientes empíricos.

La difusión turbulenta en (5) se simula a través de la cadena de Markov. El proceso es isotrópico, por lo tanto, las desviaciones estándares de pulsaciones  $\sigma_u = \sigma_w$ . Por otra parte, teniendo en cuenta que las componentes  $u'$  y  $w'$  son ortogonales, pueden representarse como:

$$\begin{aligned} u'_k &= \sigma_u \xi \sin(2\pi \xi) \\ w'_k &= \sigma_u \xi \cos(2\pi \xi), \end{aligned} \quad (10)$$

donde  $\sigma_u$  representa la intensidad de las pulsaciones turbulentas y  $\xi$  es el "ruido blanco" con el promedio nulo y dispersión unitaria.

En la naturaleza el espacio es continuo, por lo tanto las partículas floculan apenas entran en contacto, esto quiere decir que la distancia  $\delta$  entre partículas colisionadas es igual a la suma de sus radios

$$\delta = r_i + r_{i+1} \approx 2r_{\text{elemental}} \quad (11)$$

Debido a que llevamos las posiciones de las partículas de un dominio continuo a un dominio discreto, podemos relacionar el radio de floculación con su desplazamiento aleatorio ( $\delta$ ) en cada paso de tiempo  $\Delta t$ . Teniendo en cuenta esto, el radio de floculación puede definirse como:

$$\delta = \sigma_u \Delta t \gg 2r_{\text{elemental}} \quad (12)$$

Con (12) se presenta la situación de cruce normal entre dos trayectorias durante el lapso de tiempo  $\Delta t$ , lo que es una situación estadísticamente promedia para cualquier otro ángulo entre dos trayectorias cruzadas.

El mecanismo de ruptura de las flóculas debido al estrés es tomado de Serra y Casamitjana [1] y expresado a través de:

$$f = EG^e, \quad (13)$$

donde  $f$  es una función de frecuencia de ruptura;  $E$  es una constante con un valor aproximado de  $7 \cdot 10^{-4} [\text{s}^{-1} \text{m}^{-1}]$  y  $e = 1.65$ .

La función de frecuencia de ruptura nos indica la posibilidad de que una flócula de cierto diámetro se fracture a causa del estrés al cual está expuesto. La pulsación turbulenta es aproximadamente igual a la velocidad dinámica ( $u_*$ ). Por lo tanto asumimos:

$$u_* \approx \sigma_u \quad (14)$$

El cálculo del estrés según Trento [8] se determina con la expresión:

$$G^2 = \frac{2u_*^3}{h\nu\kappa}, \quad (15)$$

donde  $\kappa$  es la constante de Karman; los demás parámetros fueron definidos anteriormente.

En calidad de condiciones iniciales ( $t = 0$ ) suponemos que una cantidad  $n_p$  de partículas elementales se encuentra distribuida en un área  $\Omega \in \{0 \leq x \leq L; 0 \leq z \leq h\}$  con contornos que permiten su intercambio de partículas manteniendo un balance entre las partículas sedimentadas y las que salen e ingresan al sistema:

$$x_k = (\xi + 1)L/2; \quad z_k = (\xi + 1)h/2. \quad (16)$$

Las condiciones de contorno para la superficie de agua ( $z = 0$ ) y los bordes  $x = 0, L$  son de reflexión de partículas. En el fondo ( $z = h$ ) las partículas precipitan, pero para satisfacer la conservación de masa en el dominio  $\Omega$ , la masa precipitada se recompensa inmediatamente por la inyección de las partículas elementales en forma aleatoria en todo el dominio.

### Semejanza euleriana

Dividimos la concentración  $C$  en  $n$  clases, dependiendo del diámetro de partículas/flóculas y especificamos para el instante inicial

$$t = 0 \quad C_n = \begin{cases} C_v & n = 1 \\ 0 & n \neq 1 \end{cases} \quad (17)$$

La ecuación de transporte de cada clase  $n$  de partículas con el efecto de difusión turbulenta en la vertical es:

$$\frac{\partial C_n}{\partial t} + u \frac{\partial C_n}{\partial x} + v \frac{\partial C_n}{\partial y} + w \frac{\partial C_n}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} D_{zz} \frac{\partial C_n}{\partial z} + Q_{sn} \quad (18)$$

donde  $D_{zz}$  es el coeficiente de turbulencia;  $Q_{sn}$  es la fuente de partículas de cada clase  $n$  debido a los procesos de floculación y defloculación. Tal fuente está definida como:

$$Q_{sn} = \frac{4}{3} \pi r_n^3 \frac{\partial n_p}{\partial t}. \quad (19)$$

Es obvio que la suma de  $Q_{sn}$  para todo el espectro  $n$  de partículas suspendidas es igual a cero.

Si se considera el proceso estacionario y se aplica (3), entonces:

$$u \frac{\partial C_n}{\partial x} + w_{om} \frac{\partial C_n}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} D_{zz} \frac{\partial C_n}{\partial z} + Q_{sm}. \quad (20)$$

La semejanza de la formulación euleriana para el proceso expresado en las coordenadas de Lagrange se da por (20) con la condición inicial (17) y las condiciones de contorno:

$$z = 0: -w_o C_n + D_{zz} \frac{\partial C_n}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

$$z = h: C_n = 0 \text{ (Precipitación total)}. \quad (22)$$

La condición (21) en coordenadas de Lagrange devuelve las partículas sin posibilidad de penetrar la superficie del agua.

La condición (22) no permite la resuspensión de las partículas en el fondo; el término  $u \frac{\partial C_n}{\partial x}$  en (20) es semejante en la formulación de Lagrange al ingreso de partículas en el dominio, siempre y cuando ellas lo abandonan a través de las fronteras líquidas o por sedimentación, manteniendo el ingreso de las partículas elementales ( $n=1$ ) para el último caso.

La difusión  $D_{zz}$  en la formulación euleriana tiene que presentarse como:

$$D_{zz} = \begin{cases} \kappa u_* z, & 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \\ \kappa u_* (h - z), & \frac{h}{2} \leq z \leq h \end{cases} \quad (23)$$

con  $u_* = Const$ , para el fluido turbulento.

## Resultados

En la Figura 4 se presenta un espectro simulado de las partículas, distribuidas por tamaños. El espectro tiende a una distribución normal, lo cual se explica en la Discusión. El espectro inicialmente consistió de una única clase de partículas elementales y después transitó un período no estacionario. La fenomenología de tal período no se discute ya que es un período no

físico de adaptación, que puede observarse al principio de la historia del proceso en la Figura 5. Esta figura demuestra que a partir de 200 segundos, aproximadamente, se puede asumir que el proceso ya es estacionario en términos estadísticos. Este último es de interés en el presente estudio.

Bajo estas condiciones se calculó la distribución vertical de la concentración de sólidos suspendidos, presentada en la Figura 6. La estratificación inversa de esta figura se explica en la Discusión.

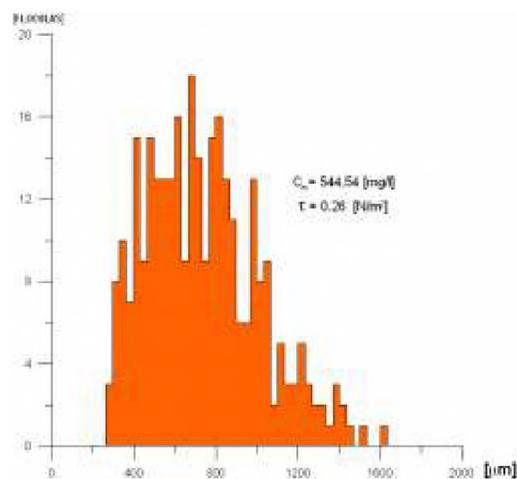


Figura 4. Espectro de flóculas para un diámetro de partículas elementales de 250 µm

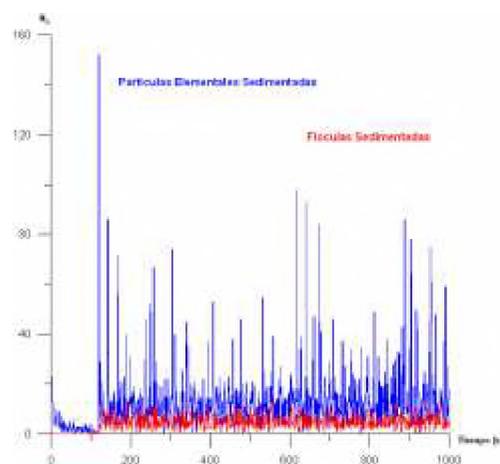


Figura 5. Número de partículas (azul) y flóculas (rojo) sedimentadas vs. tiempo. A partir de 200 seg. se observa el régimen estacionario.

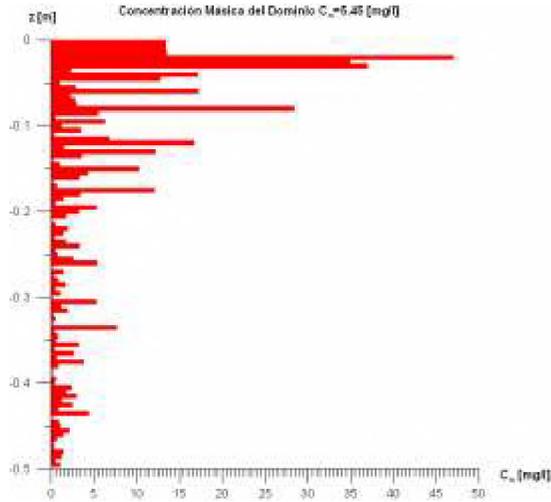


Figura 6. Distribución vertical de la concentración de sólidos suspendidos en el régimen estacionario.

muestra en la Figura 7 y es semejante a la superficie conceptual de Dyer. La Figura 1, propuesta por Dyer, en realidad propone una forma general de la relación del tamaño de las partículas con el estrés y la concentración, en la que a su vez la escala de tiempo y condiciones biofísicas juegan papel importante en la concentración y velocidad de caída, según el mismo autor.

La presentación analítica de esta superficie se da por la siguiente fórmula

$$d(\tau, C_m) = A_{00} + A_{01}C_m + A_{02}C_m^2 + A_{03}C_m^3 + A_{04}C_m^4 + A_{10}\tau + A_{11}\tau C_m + A_{12}\tau C_m^2 + A_{13}\tau C_m^3 + A_{14}\tau C_m^4 + A_{20}\tau^2 + A_{21}\tau^2 C_m + A_{22}\tau^2 C_m^2 + A_{23}\tau^2 C_m^3 + A_{24}\tau^2 C_m^4 + A_{30}\tau^3 + A_{31}\tau^3 C_m + A_{32}\tau^3 C_m^2 + A_{33}\tau^3 C_m^3 + A_{34}\tau^3 C_m^4 + A_{40}\tau^4 + A_{41}\tau^4 C_m + A_{42}\tau^4 C_m^2 + A_{43}\tau^4 C_m^3 + A_{44}\tau^4 C_m^4, \quad (24)$$

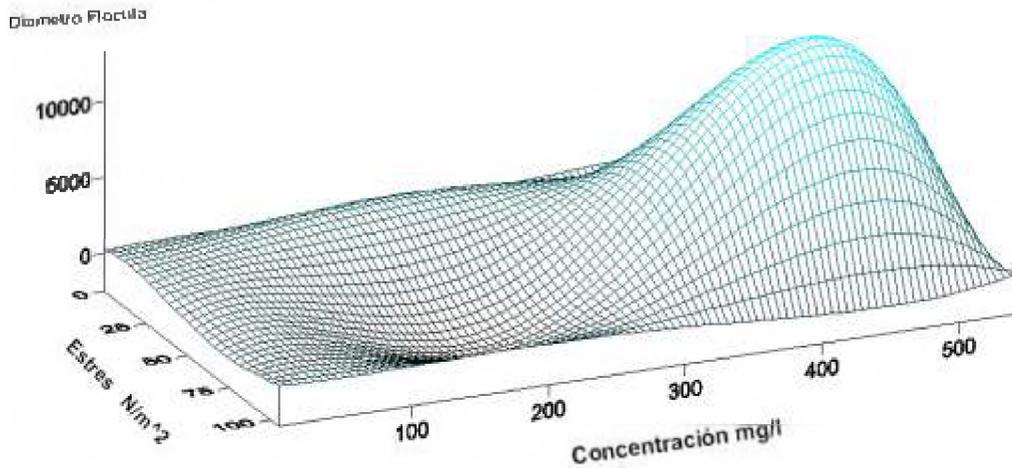


Figura 7. Distribución modelada de diámetro de flóculas (en m) en dependencia de la concentración y el estrés en el fluido. Comparar con la Figura 1.

Con base en múltiples experimentos con el modelo, variando la concentración  $C_m$  en el intervalo entre  $2.7 \cdot 10^{-3}$  y  $5.5 \cdot 10^{-1} \text{ kg/m}^3$  y el estrés  $\tau = \rho_\theta u_*^2$  para  $u_* \in \{0.01, 0.05\} \text{ m s}^{-1}$ , fue posible obtener la superficie  $d(\tau, C_m)$  de la distribución del tamaño de partículas/flóculas respecto a estos parámetros. La superficie se

para  $d(\tau, C_m) > 0$ . Los coeficientes de la aproximación (24)  $A_{ij}$  se encuentran en la tabla 1.

Tabla 1. Valores de los coeficientes  $A_{ij}$  en la fórmula (24).

$A_{00}$	0.0	$A_{10}$	54.4	$A_{20}$	-2.7	$A_{30}$	0.03	$A_{40}$	-1.2 $10^{-4}$
$A_{01}$	6.07	$A_{11}$	-1.15	$A_{21}$	0.091	$A_{31}$	-0.001	$A_{41}$	4.8 $10^{-8}$
$A_{02}$	-0.07	$A_{12}$	0.036	$A_{22}$	-0.002	$A_{32}$	2.7 $10^{-5}$	$A_{42}$	-9.7 $10^{-9}$
$A_{03}$	2.7 $10^{-4}$	$A_{13}$	-1.6 $10^{-4}$	$A_{23}$	9.1 $10^{-8}$	$A_{33}$	-1.2 $10^{-7}$	$A_{43}$	4.3 $10^{-10}$
$A_{04}$	-2.9 $10^{-7}$	$A_{14}$	1.8 $10^{-7}$	$A_{24}$	-1.0 $10^{-8}$	$A_{34}$	1.3 $10^{-10}$	$A_{44}$	-4 $10^{-12}$

## Discusión

El modelo formulado en este trabajo pretende en forma directa simular el proceso de floculación de partículas cohesivas. Los trazadores en la formulación de Lagrange representan las partículas y sus agregados, cuya cantidad equivale a la cantidad que realmente corresponde al rango de concentraciones usualmente observadas en la naturaleza. Las mayores simplificaciones corresponden al caso supuesto de dos dimensiones y el hecho de que el proceso en el modelo es discreto debido al valor finito de los pasos de tiempo  $t$ . La última circunstancia hace necesario introducir un radio de interacciones entre las partículas, dado por (12).

Mediante un proceso transitorio de formación del espectro de flóculas, el modelo llega al estado estacionario, formando una distribución normal de las partículas, distribuidas por el tamaño de grano. Dicho fenómeno satisface asintóticamente al teorema del límite central (el teorema de Lindeberg-Levy) para los valores (eventos) aleatorios independientes con la esperanza matemática finita. La forma del espectro de flóculas se discute por Maggi [12]. Maggi menciona que la distribución de flóculas cambia durante el proceso de floculación de tal manera que el diámetro modal  $L_f$  de flóculas se sesga con respecto al tamaño de partículas elementales  $L_p$  hacia el tamaño de los agregados predominantes. Es una consecuencia de la transformación de una gran cantidad de partículas elementales a una poca cantidad de agregados grandes. Este fenómeno tiene lugar en los sistemas disipativos con posibilidad de agregación y desagregación de partículas. El hecho de que la forma del espectro, presentada en la Figura 4, es la esperada para un sistema descrito y analizado desde la posición de la teoría de fractales por Maggi [12], confirma lo adecuado del modelo aquí propuesto para simular el proceso de floculación a través de una competencia de los fenómenos de agregación y destrucción de flóculas. Es de anotar que el modelo necesita ser evaluado con observaciones de campo o

laboratorio, lo cual requiere de la instrumentación que no altere las condiciones del sistema bajo estudio, lo que a su vez representa otro reto en este campo de investigación.

Nos interesa el caso del proceso local de floculación. Por lo tanto, el modelo fue formulado para el caso específico en que las condiciones de contorno y la información diversa externa no afecta el proceso de formación de flóculas como tal, para poder encontrar una parametrización de estos mecanismos y luego emplear esta dependencia paramétrica en los modelos hidrodinámicos complejos. La advección de partículas usualmente se describe en dichos modelos, al igual que la erosión de fondo. La condición del tipo (22), especificada en el fondo, corresponde al caso de la precipitación total de partículas. Al ser aplicada resulta una estratificación inversa de sólidos suspendidos, mostrada en la Figura 6. En la naturaleza este tipo de distribuciones pueden encontrarse en sistemas donde la suspensión entra a un medio menos turbulento. Un ejemplo de este tipo es la Bahía de Cartagena, donde la erosión del fondo no se presenta en toda el área. El Canal del Dique aporta sólidos suspendidos finos a la bahía, los que se propagan en una capa superficial, substituida por otra capa poco turbulenta con la estratificación fuerte.

La aplicación del modelo en 85 experimentos numéricos permitió construir la ecuación (24) de tamaño de floculas en función de la concentración y el estrés en el líquido. La forma paramétrica encontrada corresponde a lo predicho por Dyer [7] y generaliza el proceso para cualquier combinación de posibles concentraciones e intensidades de turbulencia en el medio. Vale la pena destacar que la parametrización (24) describe el proceso de floculación para concentraciones altas y turbulencia débil, lo que no se logra con la fórmula (2), ni con los trabajos de Trento [8] y Manning y Dyer [9]. Los intervalos empleados para la concentración y el estrés se ajustan a la descripción de áreas intermareales de la costa

Pacífica. Fuera de los canales de marea, la velocidad de la corriente es baja, y la concentración de sólidos suspendidos puede ser alta. Indudablemente, la aplicación de (24) mejora la definición del diámetro de partículas con respecto a lo que actualmente se emplea en modelación.

Para poder aplicar los resultados de este trabajo en la práctica, es necesario calibrar los coeficientes en la Tabla 1. Tal calibración de parámetros debe ser realizada cuando se intenta aplicar el modelo a un sistema con condiciones ambientales y mineralógicas específicas. La calibración debe estar basada en el estudio de la sensibilidad del modelo y los métodos de optimización. La investigación realizada mostró que los parámetros más sensibles son: el tamaño de partículas elementales  $n_p$  en el espectro; la eficiencia de colisiones  $E_f$  y la función de probabilidad de ruptura de flóculas  $f$ .

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Facultad de Oceanografía Física de la Escuela Naval de Cadetes "Almirante Padilla" por el uso masivo de los recursos computacionales que hicieron posible realizar este trabajo.

## Referencias bibliográficas

- [1] Rijn L. Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas. Amsterdam: Aqua Publ.;1993.
- [2] Krone R. Flume studies of the transport of sediment in estuarial shoaling processes. Hydr. Eng. Lab.: Univ. of Berkeley, California; 1962.
- [3] Lonin S, Parra C, Andrade C, Thomas Yv. Patrones de la pluma turbia del Canal del Dique en la Bahía de Cartagena. Boletín Científico CIOH. 2004; 22:77-89.
- [4] Thomas Yv, Cesaraccio M, Kunesch S, Andrieu A, Menanteau L, Andrade C, et al. Etude morphodynamique de la baie de Carthagene des Indes, Colombia. Milieux Littoraux, Nouvelles perspectives d'etude; Journees de la Commission de Geographie de la Mer et du Litoral. 2004: 171-191.
- [5] Thomas Yv, Menanteau L, Kunesch S, Cesaraccio M, Andrade C, Lonin S, et al. Le delta du canal du Dique (baie de Carthagène des Indes, Colombie). Modélisation géomorphologique et sédimentologique. Interactions Nature-Société, analyse et modèles. 2006; UMR6554 LETG, La Baule: 1-7.
- [6] Burban P, Xu Y, McNeil J, Lick W. Settling speeds on flocs in fresh water and seawater. J. of Geophys. Res. 1990; 95(C10): 18,213-18,220.
- [7] Dyer K. Sediment processes in estuaries: future research requirements. J. Geophys. Res. 1989; 94 (C10): 14,327-14,339.
- [8] Trento A. Dinâmica da Floculação no Transporte de Sedimentos Finos [Tese Doutorado em Engenharia Civil]. Rio de Janeiro; Universidade Federal do Rio de Janeiro; 2005.
- [9] Manning A, Dyer K. A laboratory examination of floc characteristics with regard to turbulent shearing, Marine Geology.1999; 160:147-170.
- [10] Lonin S. Lagrangian model for oil spill diffusion at sea. Spill Science & Technology Bulletin. 1999; 5 (5/5-6): 331-336.
- [11] Serra T, Casamitjana X. Effect of the Shear and Volume Fraction on the Aggregation and Break-up of particle. American Institute of Chemical Engineers. 1998; 44(8):1724-1730.
- [12] Maggi F. Flocculation dynamics of cohesive sediment [Ph.D. Thesis]. Delft: University of Technology; 2005.