

Un modelo hidrodinámico del estrecho de Gerlache (Antártida) para el verano del hemisferio sur

A hydrodynamic model of Gerlache Strait (Antarctic) during summer of the southern hemisphere

Fecha de recepción: 2015-05-27/ Fecha de aceptación: 2015-07-29

Serguei Lonin

Centro de Investigaciones Oceanográficas e Hidrográficas del Caribe (CIOH). Área de Oceanografía operacional. Barrio El Bosque, Isla Manzanillo, Escuela Naval de Cadetes "Almirante Padilla", Cartagena, Colombia. Correo electrónico: slonin@costa.net.co

Lonin, S. (2015). Un modelo hidrodinámico del estrecho de Gerlache (Antártida) para el verano del hemisferio sur. Bol. Cient. CIOH 33: 145-167.

RESUMEN

La Primera Expedición Científica de Colombia en la Antártida fue realizada durante el verano del hemisferio sur (enero-febrero de 2015) en el área del estrecho de Gerlache, ubicado en la península Antártica. La información oceanográfica e hidrográfica recolectada durante el crucero permitió implementar un modelo hidrodinámico bajo las condiciones de deshielo con el fin de estudiar los procesos hidrofísicos en el área de estudio con posterior aplicación del modelo a las predicciones del tiempo y el movimiento de los témpanos de hielo. Se formula el modelo hidrodinámico, haciendo énfasis en la descripción matemática de una compleja morfología, con presencia de sistemas de fiordos, islas y pasillos angostos. Se analizó el régimen de la marea astronómica, siendo de mayor importancia en la dinámica del estrecho en comparación con las corrientes termohalinas y la deriva de viento para este período del año.

PALABRAS CLAVES: estrecho Gerlache, modelo hidrodinámico, témpanos de hielo.

ABSTRACT

The First Colombian Scientific Expedition to the Antarctic was carried out during the summer of the South Hemisphere (January-February 2015) at the area of Gerlache Strait, located in the Antarctic Peninsula. The gathering of oceanographic and hydrographic information, during the cruise, made it possible to implement hydrodynamic model under no-ice conditions in order to study the hydrophysic processes in the area. Thanks to this, further application of ocean weather forecast and iceberg's motion prediction can be performed. The stated hydrodynamic model, with emphasis on complex morphology description of fiords, islands and narrow passages is formulated. Tidal regime was analyzed due to its major importance on the strait dynamics in comparison to thermohaline and wind-driven currents during this season of the year.

KEYWORDS: Gerlache Strait, hydrodynamic model, icebergs.

INTRODUCCIÓN

Colombia, en cumplimiento de los compromisos adquiridos con la ratificación en el Tratado Antártico (1989), ha propuesto contribuir al conocimiento de la Antártica a través del estudio de la dinámica oceanográfica del estrecho de Gerlache con fines operacionales (navegación), con la implementación de un modelo de pronóstico de deriva de hielo y de análisis de los mecanismos de congelación y deshielo estacional del Estrecho.

Múltiples estudios se han llevado a cabo en inmediaciones de la península Antártica, específicamente en el estrecho de Gerlache, al occidente de ésta. Dichos trabajos han abordado en particular las áreas de oceanografía física y biología marina; sin embargo, el conocimiento de los procesos y fenómenos océano-atmosféricos es aún incipiente. Trabajos predecesores con análisis de las corrientes que transitan dentro del estrecho de Gerlache y desembocan en el estrecho de Bransfield [1-3]; así como el intercambio de aguas que se sucede entre el margen occidental de la península Antártica y el mar de Wedell y análisis de masas de agua [4]. Por su parte [5], presentan a partir de mediciones de boyas de deriva un modelo de dinámica de corrientes, capaz de reproducir el flujo al interior de los estrechos de Gerlache y Bransfield, así como de modelar durante ocho años valores mensuales de la temperatura y salinidad superficial del mar y cobertura de hielo. En cuanto al análisis de los procesos de congelación y deshielo del Estrecho se destacan los trabajos de [6], quienes analizan a partir de imágenes de satélite, de al menos una década, la dinámica estacional del hielo en inmediaciones de la península Antártica.

De acuerdo con lo anterior, aún no se cuenta con un modelo que permita pronosticar las condiciones meteomarinas en el estrecho de Gerlache con fines operacionales. Este documento presenta la propuesta metodológica y la implementación de un modelo de pronóstico de corrientes y deriva de hielo con fines de aplicación para la seguridad en la navegación del estrecho de Gerlache en la Antártica, en el corto plazo, y en el largo plazo al conocimiento de la dinámica del deshielo estacional en el Estrecho. Dicha metodología se planteó con base en el análisis preliminar de la información disponible recolectada durante la Primera Expedición Científica de Colombia en la Antártica, información de bases de datos internacionales, así como de resultados de análisis oceanográficos

y meteorológicos realizados por otras agencias de investigación en años anteriores.

En el siguiente apartado se describe el área de estudio, mientras que su transformación se define luego de la descripción del modelo hidrodinámico, en el apartado posterior (Malla de cálculo). Los resultados están enfocados en el estudio de la dinámica del Estrecho bajo generalmente la influencia de la marea astronómica, sin descartar la importancia de las corrientes termohalinas y, por supuesto, de la deriva de vientos, pero más relevantes en los períodos transitorios del año.

ÁREA DE ESTUDIO

El estrecho de Gerlache es un sistema de fiordos con una forma "caprichosa" de sus contornos (Figura 1). A pesar de que el estrecho posee una longitud de 100 a 150 km y un ancho característico de 40 a 50 km, las áreas de las bahías y pequeños estrechos de importancia hidrodinámica poseen apenas unos kilómetros de extensión. Con una profundidad característica de 100 a 1000 m (levantamiento de Dimar, 2015), las oscilaciones de tipo *seiche* deben tener períodos inferiores a una hora; es decir, encontrarse en el espectro de frecuencias lejanas de las ondas de la marea astronómica, pero relativamente cercanas a los períodos de ondas infra-gravitacionales entrantes. Por otro lado, para una latitud característica de 64.5°S el período inercial en el Estrecho es aproximadamente de 13 horas, lo que debe considerarse con respecto a la armónica semidiurna de la marea y ondas internas del período inercial.

De acuerdo con un análisis de los datos de 20 estaciones de CTD (17 de enero–primero de febrero de 2015) se observa que la temperatura del agua generalmente varía entre 2.46°C en la superficie y -1.2°C en el fondo; la salinidad, respectivamente, entre 33.36 y 34.77, y la densidad del agua entre 1026.7 y 1032.2 kg/m³. Para los valores característicos de la salinidad en la capa superficial el punto de solidificación (formación de hielos) se encuentra alrededor de -1.8° y -1.9°C; es decir, existe una capacidad calorífica en toda la columna del agua en la época de verano del hemisferio sur (período de la Expedición) para ser caracterizada (la columna) con una boyancia positiva o cercana a neutra, lo que demuestran los perfiles de la densidad en la vertical. El empleo de estos datos se plantea con base en la malla construida del modelo en calidad de las condiciones iniciales y de contorno, fijando los valores en las fronteras abiertas.

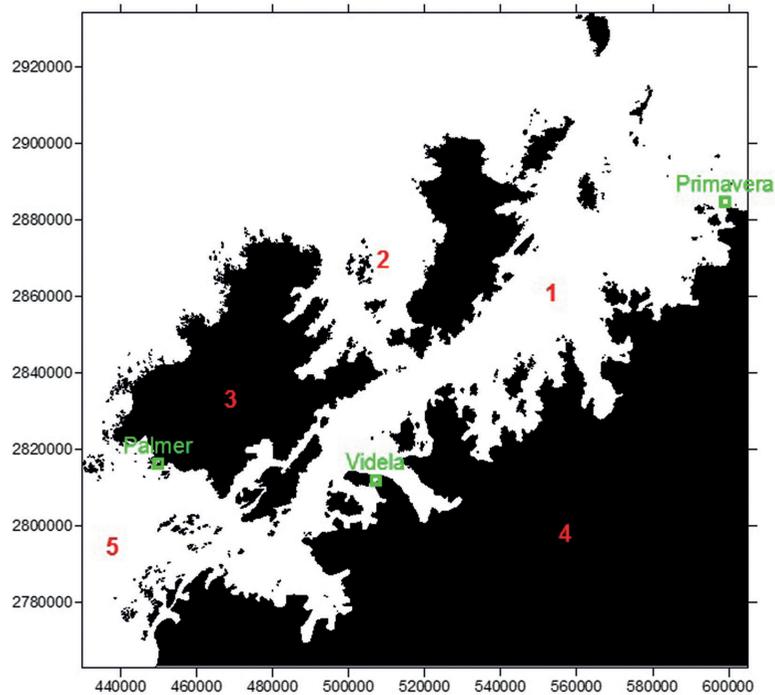


Figura 1. Área del estudio en las coordenadas UTM (en metros). Los números indican: 1 – Gerlache Strait; 2 – Schollaert Channel; 3 – Anvers Island; 4 – Antarctic Peninsula; 5 – Bismarck Strait. Estaciones Primavera (PV) y Palmer (PL) fueron usadas para las condiciones de contorno oriental (I) y occidental (II), (ver tablas I y II). La frontera norte se encuentra en el canal de Gerlache (CG, frontera III).

Referente al tema de tipo óptico del agua, no se realizaron las respectivas mediciones. Es necesario establecer el color del agua y establecer su transparencia, correlacionando las mediciones con el disco blanco y los datos de turbidez en la columna. De esta forma se precisaría el cálculo del régimen térmico en la vertical.

Los tres puntos de control de la información mareográfica (21 de enero–27 de enero de 2015), en principio, podrían ser empleados con los fines de la modelación: los dos registros en la frontera (Base Palmer y Base Primavera) para forzar el modelo y el punto dentro del Estrecho (Videla) para su calibración. En el presente estudio se aplicaron las armónicas de la marea disponibles de *Oregon State University* para el sector de interés y los datos de registros obtenidos de [7].

El análisis de las mediciones meteorológicas realizadas (16 de enero–3 de febrero de 2015) demostró que durante el período de observación, la temperatura del aire osciló entre -2.0 y

+4.0°C. El campo de viento, por su parte, presentó una velocidad media de 5 a 10 m/s y ráfagas de hasta 25 m/s, no se tienen datos de dirección del viento medidos. De acuerdo con [3, 5, 1], los vientos en esta región de la Antártica son predominantes del W y NW.

Basado en lo anterior, se consideró que el modelo debe tener una resolución espacial del orden de 100 a 200 m, lo que posee ciertas implicaciones de carácter computacional. En primer lugar, se trata de una malla de 1500 x 500 nodos de cálculo (750 000 nodos en horizontal), lo que requiere un cómputo en paralelo. Con la capacidad actual del cómputo en el Centro de Investigaciones Oceanográficas e Hidrográficas del Caribe (CIOH) (40 a 44 procesadores), cada procesador asumirá 18 750 nodos en horizontal con un mínimo de 20 a 25 nodos en la vertical. Para la profundidad variable se requiere un sistema sigma de coordenadas en la vertical con un paso variable (mayor resolución en la capa superficial).

En segundo lugar, la velocidad de propagación de ondas barotrópicas en el Estrecho es hasta de 100 m/s, lo que implica una resolución temporal de orden de 1 s para satisfacer las condiciones de estabilidad numérica de Courant-Friedrich-Levy (CFL). La batimetría del dominio debe ser combinada entre los levantamientos batimétricos realizados durante el crucero y los datos globales de GEBCO [8]. Los datos de GEBCO poseen 30

minutos de resolución espacial, mientras que los levantados con los equipos del CIOH tipo multihaz son varios millones de registros de profundidad, pero de una cobertura limitada (Figura 2). Para la generación de una malla dentro del dominio delimitado como aparece en la Figura 2 fue necesario realizar un procedimiento especial de filtros e interpolación de los datos de ambas fuentes.

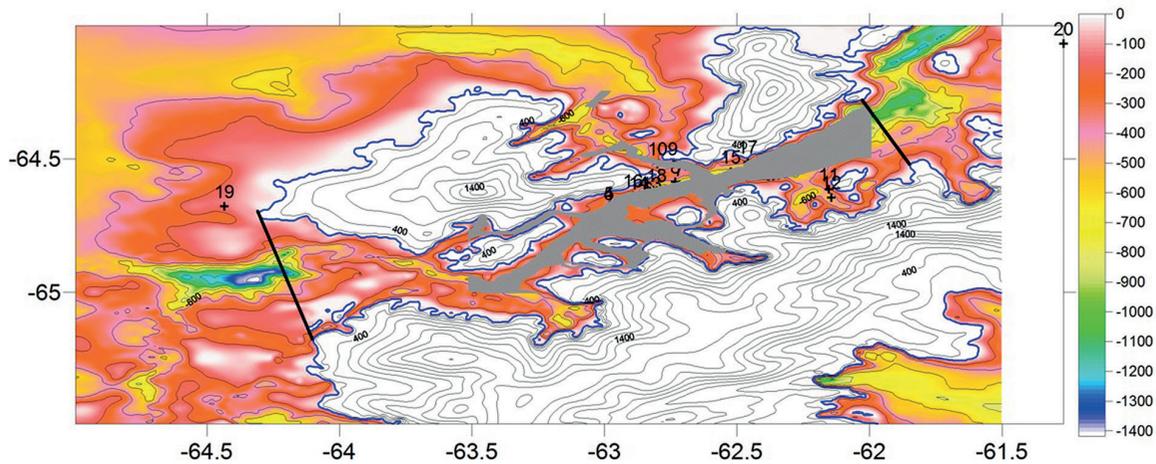


Figura 2. Límites del modelo (líneas negras), datos de GEBCO interpolados (colores, en m) y el cubrimiento del levantamiento de Dimar (en gris). Las isolíneas en la tierra son cotas topográficas en metros.

METODOLOGÍA

Modelo hidrodinámico

Entre distintos modelos y sistemas de modelación existentes, y con el código abierto, fueron considerados varios, entre ellos: el modelo HYCOM con Ice Code, implementado *National Snow & Ice Data Center, Polar Ice Prediction System*, NAVO (PIPS, por sus siglas en inglés), MECCA (NESDIS, NOAA), sistema ROMS y, finalmente, el modelo *Princeton Ocean Model* (POM). En el último caso se trata de un código abierto en su versión paralelizada (sbPOM: *Stony Brook Parallel Ocean Model*) con todos los bloques, la estructura, los algoritmos, métodos y la física similares al POM. Se presenta la opción de generar una malla curvilínea ortogonal. El sistema de coordenadas en la vertical es "sigma".

La hidrodinámica del modelo es "completa"; el nivel de clausura de turbulencia es de 2.5, según

la clasificación de [9]. El modelo fue empleado en el sistema SPOA del CIOH y posee un bloque de asimilación de datos (SST y ADT) elaborado propiamente. Finalmente, se desarrollaron dos plataformas de modelación: sbPOM, en la forma descrita arriba, y el modelo MECCA, modificado para el uso en aguas profundas.

Para realizar las pruebas de trazado de los témpanos se planteó inicialmente el empleo de los algoritmos de "random walk", con poca sensibilidad a las agitaciones randómicas y cierta inercia (memoria del proceso, por estudiar con la información disponible de observaciones realizadas). Se supone que la parte predominante en la dinámica de los témpanos es el movimiento "determinístico" por las corrientes definidas en el modelo y el abatimiento por los vientos. Se requiere una estimación detallada de la relación entre estos dos factores del movimiento debido al calado de cada témpano. Por otro lado, dependiendo de las pruebas realizadas con las observaciones *in situ* disponibles, en futuros

desarrollos del modelo el bloque de trazadores puede implementarse con el empleo de las ecuaciones dinámico-estocásticas de Langeven (de primer o de segundo orden), de acuerdo con los resultados del estudio recientemente realizados [10].

Formulación matemática

El modelo fue creado para los dominios de tres dimensiones con el contorno suficientemente suave y con la superficie

libre. En la ideología del modelo todos los factores físicos de mayor importancia fueron considerados. Las ecuaciones básicas del modelo hidrodinámico son las de conservación del impulso, donde, para la dirección vertical fue tomada la aproximación hidrostática, la ecuación de conservación de la masa en forma de la ecuación de incompresibilidad y la del estado, las ecuaciones de transporte de temperatura, salinidad, los bloques de transporte de sustancias (eulereano y lagrangiano) y el bloque de turbulencia.

La parte hidrotermodinámica del modelo consiste en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\alpha_0 \frac{\partial P}{\partial x} + fv + \frac{\partial}{\partial x} \left(2A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\alpha_0 \frac{\partial P}{\partial y} - fu + \frac{\partial}{\partial y} \left(2A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + F_\rho(S, T)] \quad (5)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial uS}{\partial x} + \frac{\partial vS}{\partial y} + \frac{\partial wS}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_h \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_h \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial S}{\partial z} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} + \frac{\partial wT}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_h \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_h \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial R}{\partial z}, \quad (7)$$

Donde,

- u, v y w son componentes de corrientes en las coordenadas x, y y z , respectivamente.
- t tiempo.
- f parámetro de Coriolis.
- P presión.
- g gravedad.
- ρ densidad de agua.
- α_0 volumen específico ($\alpha_0 = 1/\rho_0$).
- A_h y A_z son coeficientes de turbulencia.
- D_h, D_z difusión turbulenta en horizontal y vertical, respectivamente.
- T es temperatura.
- S es salinidad de aguas.
- R radiación solar penetrada a través de la superficie del mar (fuente interna de calor).

El sistema (1)-(7) requiere las condiciones de contorno, entre las cuales se mencionan las siguientes:

En la superficie del mar ($z = 0$) se dan las condiciones dinámicas para las tensiones del

viento (τ_{sx}, τ_{sy}), se calculan flujos de calor Q_T y de sal Q_S a través de los datos meteorológicos, se establece la condición cinemática para la frontera libre y la presión atmosférica P_a , es decir:

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right); \quad D_v \left(\frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = \left(\frac{Q_T}{\rho C_p}, Q_S \right); \quad w = \frac{d\eta}{dt}; \quad P = P_{atm}, \quad (8)$$

Donde,

- η es nivel de mar.
- C_p capacidad específica de calor.

Es de señalar que para las condiciones del estrecho de Gerlache, el efecto anemobárico en la formación del gradiente de la presión en el agua es supremamente importante y la presión P_{atm} debe tomarse de un modelo meteorológico en forma de campos espaciales y temporales.

En el fondo ($z = H$) se utiliza la parametrización de la capa de flujos constantes (τ_{bx}, τ_{by}) y los valores de los flujos de calor y de sal se suponen iguales a cero (0), es decir:

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right); \quad D_v \left(\frac{\partial T}{\partial z}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = (0, 0). \quad (9)$$

El flujo de calor Q_T en (8) se determina como la parte de pérdida en el balance superficial de calor, es decir:

$$Q_T = Q_L + Q_B + Q_E + Q_H, \quad (10)$$

Donde,

- Q_L radiación de onda larga desde la atmósfera hacia el mar.
- Q_B radiación negativa del "cuerpo negro" de la superficie del mar.
- Q_E flujo de calor por evaporación (flujo latente de calor).
- Q_H flujo turbulento de calor (flujo sensible).

Cada uno de estos términos tiene su respectiva expresión así:

$$Q_L = C_{SB} T_a^4 (1 - 0.26 \exp[-0.000777(273 - T_a)^2]),$$

Donde,

C_{SB} constante de Stefan-Boltzman.
 T_a temperatura de aire (°K).

$$Q_B = -0.97 C_{SB} T_0^4,$$

Donde,

T_0 temperatura de superficie del mar.

$$Q_E = -0.00175 \rho_a L_v W_{10} (\gamma_{10} - \gamma_0),$$

Donde,

ρ_a densidad de aire.
 L_v calor latente de evaporación.
 W_{10} velocidad de viento en la altura estándar de 10 metros.
 γ_{10} humedad específica de aire correspondiente a la presión de vapor e_v en la altura de 10 metros.
 γ_0 humedad específica en la superficie, correspondiente a la presión saturada de vapor de agua E_s .

En esta fórmula $\gamma = 0.622 e_v / [P_{atm} - (1 - 0.622)e_v]$; la presión de vapor se calcula a través de la siguiente expresión:

$$E_v = R_h E_s(T), \quad (11)$$

Donde, $E_s(T) = 611.10^{(7.5[T - 273.16]/[T - 35.86])}$; R_h es humedad relativa de aire.

El flujo turbulento de calor Q_H se calcula como:

$$Q_H = 0.00175 \rho_a C_p W_{10} (T_{10} - T_0),$$

Donde, T_{10} y T_0 temperatura en el aire en 10 m de altura y en la superficie del mar, respectivamente.

La divergencia del flujo de la radiación solar en la fórmula (7) se determina a través de la radiación Q_1 absorbida en la superficie del mar y la transparencia de agua D_{10} (profundidad hasta que alcanza un 10 % de la radiación solar superficial):

$$\partial R / \partial z = (Q_1 / \rho C_p) [\exp\{2.3z_a / D_{10}\} - \exp\{2.3z_b / D_{10}\}] / (z_b - z_a), \quad (12)$$

Donde, z_b y z_a son contornos (profundidad inferior y superior) de cada celda de cálculo en la vertical.

A su vez, el flujo Q_1 de la radiación solar que penetra a través de la superficie del mar depende del flujo superficial Q_{ss} que llega

bajo las condiciones de cielo despejado, albedo A_{lb} de la superficie y nubosidad total N_c :

$$Q_1 = Q_{ss}(1 - A_{lb}) F(N_c),$$

Donde,

$$Q_{ss} = C_{sol} \cos^2(\zeta) / [0.1 + 1.085 \cos(\zeta) + 10^{-5} \{ \cos(\zeta) + 2.7 \} e_v].$$

C_{sol} constante solar (1353 W/m²).

ζ ángulo de zenit, que se define como $\cos \zeta = \sin(\lambda) \sin(\Psi) + \cos(\lambda) \cos(\Psi) \cos(\nu)$.

λ latitud geográfica.

Ψ declinación ($\Psi = 23.44^\circ \cos(2\pi[172 - N_d]/365)$).

N_d día de año.

ν ángulo de hora ($\nu = 2\pi[12 - \text{hora solar}]/24$).

La presión de vapor se calcula a través de (ecuación 11); la función de nubosidad

$F(N_c)$ se define por una fórmula empírica, por ejemplo:

$$F(N_c) = 1 - 0.8N_c.$$

El flujo de sal Q_s , que participa en la fórmula (8) y afecta al régimen de salinidad del mar, es

posible definirlo como la diferencia entre la tasa de evaporación Q_e/L_v y precipitación I , es decir:

$$Q_s = Q_e/L_v - I. \quad (13)$$

Para el caso de una frontera sólida se aplican las condiciones cinemáticas de flujo cuando, bajo la presencia de una pared, el flujo normal a esta pared se especifica igual a cero (0). En forma

similar, para los flujos de calor y sal, la condición en la pared pre-establece no-penetración de estos flujos. En las fronteras líquidas (abiertas) se aplica la siguiente condición:

$$\eta = \eta_m(x, y, t) + U_n / \sqrt{gH}, \quad (14)$$

Donde,

η_m comportamiento del nivel del mar conocido desde los datos de observaciones en los mareógrafos o de un modelo global.

U_n flujo normal de agua hacia la frontera.

Para la temperatura y salinidad en las fronteras, cuando el agua entra (velocidad de flujo hacia la normal externa $U_n < 0$) se dan los perfiles $T^*(z)$

y $S^*(z)$ conocidos desde las mediciones, mientras que cuando $U_n > 0$, entonces se utilizan las condiciones de Orlansky-Zommerfeld:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t} = -U_n \frac{\partial T}{\partial n}; \quad \frac{\partial S^*}{\partial t} = -U_n \frac{\partial S}{\partial n} \quad (15)$$

Las últimas son condiciones radiativas por efecto de advección, sin tener en cuenta los procesos de difusión turbulenta.

Las condiciones iniciales para este tipo de sistemas hidrodinámicos son bastante sencillas. En el primer momento de cálculo es posible utilizar el estado de "reposo" del sistema, es decir:

$$u = v = w = 0 \quad \text{para } t = 0 \quad \text{y} \quad T(x,y,z,t=0) = \text{Const}; \quad S(x,y,z,t=0) = \text{Const.} \quad (16)$$

La morfología del sistema estudiado presenta una gran complejidad, relacionada con la presencia de los fiordos, variaciones bruscas del espacio entre las orillas, variaciones de configuración del área, intercomunicaciones entre las centenas de las islas, cuyos anchos son demasiado pequeños en comparación con la longitud característica del estrecho de Gerlache en promedio y el paso de la malla. Por esta razón, sería importante tener una descripción simultánea de los procesos de escala de malla (el estrecho en general) y en las escalas pequeñas (comunicaciones limitadas a través de los espacios entre las islas y entradas a las bahías). Una alternativa es utilizar el modelo mencionado en las condiciones de la escala de

grilla y promediar las ecuaciones del modelo en el caso de la escala de sub-grilla, es decir, de manera simultánea trabajar con el modelo que tendrá en cuenta el carácter del dominio de cálculo y automáticamente aceptan las condiciones de escala.

La integración lateral de las ecuaciones, teniendo en cuenta el ancho variable del dominio, está basada en los trabajos de [11-13]. Se demuestra la forma de las ecuaciones promedio por el ancho variable según [14]. Si al introducir los anchos $X(x)$ y $Y(y)$ para los canales orientados por las direcciones respectivas de la malla con los pasos Δx y Δy , entonces los anchos adimensionales B_x y B_y son:

$$B_x = X(x)/\Delta; \quad B_y = Y(y)/\Delta, \quad \Delta = \Delta x = \Delta y = \text{Const.} \quad (17)$$

Al contraste con el trabajo de [14], se asume que si en la escala de grilla los valores B_x y B_y son iguales a uno (1), entonces en la escala de los

pasillos entre las islas son variables con el orden $O(1)$, es decir:

$$\beta_c = 1, \quad \text{cuando } B_x \neq 1 \quad \text{o} \quad B_y \neq 1,$$

$$\beta_c = 0, \quad \text{cuando } B_x = B_y = 1,$$

Donde, β_c es un nuevo parámetro en las ecuaciones (1)-(7) que aparece como el resultado de la integración lateral:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + B_x^{-1} \frac{\partial B_x u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\alpha_0 \frac{\partial P}{\partial x} + fv + B_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(2B_x A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ + (1 - \beta_c) \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \beta_c C_{wc} B_x^{-1} u |u|, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + B_y^{-1} \frac{\partial B_y v^2}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\alpha_0 \frac{\partial P}{\partial y} - fu + B_y^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(2B_y A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + (1 - \beta_c) \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \beta_c C_{wc} B_y^{-1} v |v|, \quad (19)$$

$$B_x^{-1} \frac{\partial B_x u}{\partial x} + B_y^{-1} \frac{\partial B_y v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + B_x^{-1} \frac{\partial B_x u S}{\partial x} + B_y^{-1} \frac{\partial B_y v S}{\partial y} + \frac{\partial w S}{\partial z} = B_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(B_x D_h \frac{\partial S}{\partial x} \right) + B_y^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(B_y D_h \frac{\partial S}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial S}{\partial z} \right), \quad (21)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + B_x^{-1} \frac{\partial B_x u T}{\partial x} + B_y^{-1} \frac{\partial B_y v T}{\partial y} + \frac{\partial w T}{\partial z} = B_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(B_x D_h \frac{\partial T}{\partial x} \right) + B_y^{-1} \frac{\partial}{\partial y} \left(B_y D_h \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\partial R}{\partial z}, \quad (22)$$

En otras palabras, si el ancho de un estrecho no es exactamente igual al paso de la malla Δ , multiplicado por un número entero, entonces el ancho se toma variable, de acuerdo con su métrica precisa.

Las ecuaciones del modelo se transforman en la vertical a la coordenada σ ($\sigma \leftrightarrow z$) a través de la siguiente expresión:

$$\sigma = -(\eta - z)/H,$$

Donde, $H = h + \eta$; h - profundidad local para el nivel promedio del mar.

El método de solución de la parte dinámica incluye la disgregación de los procesos físicos en dos: la parte barotrópica (modo externo) y la baroclínica (modos internos), con aplicación de los métodos numéricos diferentes para estos componentes.

Parametrizaciones

En el área de interés la fuerza de Coriolis es de suprema importancia por la latitud geográfica. Esta fuerza fue conservada dentro las ecuaciones de movimiento aceptando el plano " β " para el parámetro de Coriolis, es decir:

$$f = f_0 + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_0} (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{y=y_0} (y - y_0),$$

Donde, f_0 corresponde a las coordenadas de referencia (x_0, y_0) dentro de la malla de cálculo.

El plano "β" es aceptable debido a la extensión geográfica del dominio (no mayor a 150 x 80 km).

En calidad de la ecuación de estado (5) fue tomada la fórmula de [15]:

$$F_p = C_{S0} + C_{S1}S + C_{ST}ST + C_{T1}T + C_{T2}T^2,$$

Donde, las constantes C_{S0} , C_{S1} , C_{ST} , C_{T1} y C_{T2} tienen los valores 0.00007, 0.000802, -0.000002, -0.0000035 y -0.00000469, respectivamente.

La tensión de viento fue parametrizada a través de la fórmula de [16]:

$$\vec{\tau}_s = (C_{aw1} + C_{aw2} W_{10}) W_{10} \vec{W},$$

Donde,

W_{10} es el módulo del vector de viento en la altura estándar de 10 metros.
 C_{aw1} y C_{aw2} son constantes empíricas, las cuales son 0.0008 y 0.000065 s/m, respectivamente.

La fricción de fondo tiene una expresión analógica:

$$\vec{\tau}_b = (C_{b1} + C_{b2} |\vec{v}_b|) \vec{v}_b,$$

Donde,

\vec{v}_b es el vector de la corriente en la capa próxima del fondo.
 C_{b1} y C_{b2} son parámetros que se van a calibrar con base en datos de mediciones.

Para el bloque de turbulencia en la vertical, de acuerdo con [9], el modelo de clausura de los momentos turbulentos en el nivel 2.5 se formula a través de las ecuaciones no estacionarias de la energía cinética de turbulencia y la tasa

de su disipación. La última variable puede ser reemplazada por la combinación de los parámetros que describen la turbulencia en las relaciones de Kolmogorov. Así que las siguientes ecuaciones fueron utilizadas:

$$\frac{\partial bH}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_{zb}}{H} \frac{\partial b}{\partial \sigma} \right] + \frac{2A_{zm}}{H} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{2g}{\rho_0} A_z \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} - \frac{2Hb^{3/2}}{B_1 \Lambda}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial b \Lambda H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\frac{A_{zb}}{H} \frac{\partial b \Lambda}{\partial \sigma} \right] + E_1 \Lambda \left[\frac{A_{zm}}{H} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{E_3 g}{\rho_0} A_z \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \sigma} \right] \sigma - \frac{2Hb^{3/2}}{B_1 \Lambda}. \quad (24)$$

En estas fórmulas, b es la energía cinética de turbulencia; E_1 , E_3 y B_1 son constantes; $A_{zm} = b\Delta S_m$ y $A_z = b\Delta S_h$, donde:

$$S_h[1 - (3A_2B_2 + 18A_1A_2)Gh] = A_2(1 - 6A_1/B_1);$$

$$S_m[1 - 9A_1A_2G_h] - S_h[(18A_1 + 9A_1A_2)G_h] = A_1(1 - 3C_1 - 6A_1/B_1);$$

$$G_h = -\frac{\Lambda^2}{b} \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z} ; \quad (A_1, A_2, B_1, B_2, C_1) = (0.92, 16.6, 0.74, 10.1, 0.08).$$

Las demás variables fueron definidas anteriormente.

La turbulencia en horizontal se presenta según la fórmula de Smagorinsky:

$$A_h = A_{h0} + C_{Ah} \Delta^2 \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right], \quad (25)$$

Donde, A_{h0} es la parte constante de la turbulencia horizontal.

La última puede ser determinada a través de la escala horizontal del proceso Δ (paso espacial de la malla de cálculo) por la fórmula de Okubo.

$$A_{h0} = 0.0103\Delta^{1.15}, \quad (26)$$

O por la fórmula de Ozmidov:

$$A_{h0} = C_2 \varepsilon^{1/3} \Delta^{4/3}, \quad (27)$$

Donde, $C_2 = 0.01$; la tasa de disipación ε de la energía cinética de turbulencia, la cual para los tiempos característicos del proceso menores de 0.5 días y las escalas espaciales menores de 1 km es igual a $2.5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}^3$.

Malla de cálculo

La Figura 3 representa el dominio seleccionado, girado a 40° con respecto al Norte, lo que implica que las coordenadas X e Y de UTM se transformaron mediante una rotación con el ángulo $\theta = -40^\circ$:

$$X_1 = X \cos(\theta) + Y \sin(\theta); \quad Y_1 = -X \sin(\theta) + Y \cos(\theta).$$

El giro se efectuó para producir mayor eficiencia en el uso del dominio de cálculo con mayor cobertura de los nodos activos (en el agua).

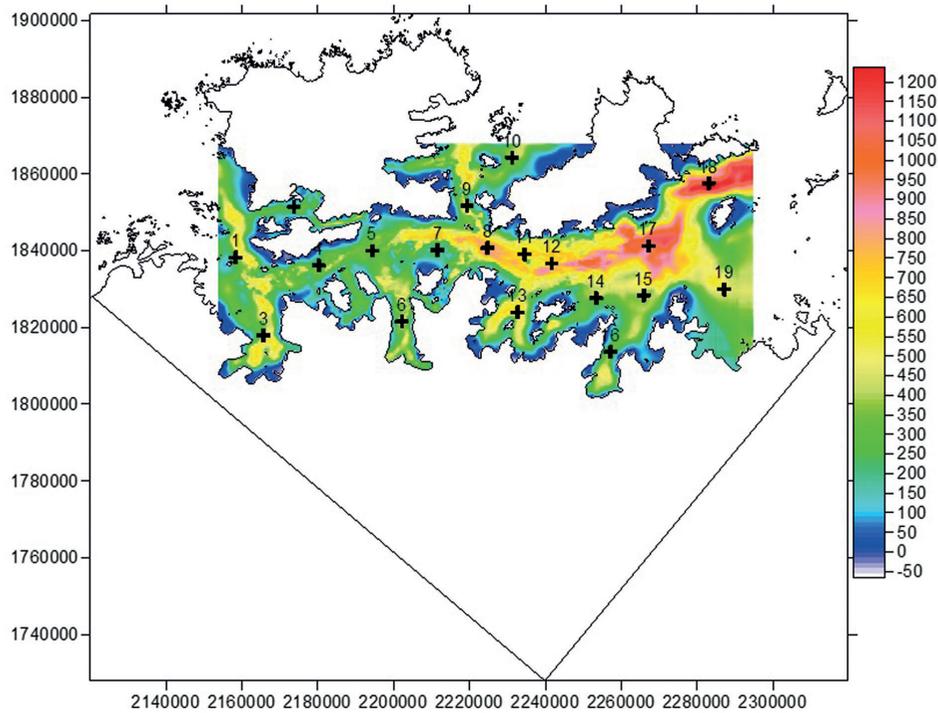


Figura 3. Batimetría interpolada (m) del modelo con una resolución espacial de 200 x 200 m y la posición de puntos de control de resultados y los nodos de partida de los témpanos de hielo.

La Figura 1 muestra la ubicación de las estaciones, cuya información fue utilizada para especificar las condiciones de contorno en el modelo. No se demuestra la estación

Gerlache, publicada en [7], ubicada en el estrecho norte llamado canal de Gerlache. El análisis de esta información se encuentra en la Tabla I.

Tabla I. Principales constituyentes de la marea y su análisis para las fronteras de las figuras 1 y 2. Las amplitudes tomadas de Dragani, *et al.* (2004). Los índices calculados según [17-18]. MSTR – *mean spring tide range*. Precisión de datos hasta 1 cm.

Estación frontera	Amplitudes de las armónicas, m				Índices		MSTR (m)
	K1	O1	M2	S2	n	F	
PV (I)	0.31	0.32	0.33	0.26	1.9	1.07	1.18
PL (II)	0.32	0.29	0.21	0.20	2.9	1.49	0.82
CG (III)	0.32	0.30	0.29	0.22	2.1	1.24	1.02

Según [17], el índice $n = (K1 + O1)/M2$ en la Tabla I. Cuando $n > 2$ la marea es principalmente diurna. La Figura 4 demuestra este comportamiento. Mientras tanto, según [18], el índice $F = (K1 + O1)/$

$(M2 + S2)$ y cuando F se encuentra entre 0.25 y 1.5, la marea es mixta, principalmente semidiurna y "grandes no igualdades en el rango y tiempo se encuentran entre alta y baja marea a diario".

La Figura 5 demuestra las sicigias y cuadraturas durante un mes lunar. Se observa que el rango en sicigia alcanza 2 m, lo que no refleja el valor MSTR en la Tabla I.

Es de señalar que las curvas en las figuras 4 y 5 fueron calculadas con las respectivas fases de cada armónica, demostradas en la Tabla II.

Tabla II. Fases de las armónicas de la marea en las tres fronteras abiertas (adaptado de [7]). Precisión de datos: hasta 2 grados.

Estación/ frontera	Fases, en grados			
	K1	O1	M2	S2
PV (I)	72	59	291	5
PL (II PV (I))	83	60	286	34
CG (III)	78	60	291	13

Es de anotar que según la Tabla II la diferencia de la fase de los constituyentes es significativa entre las fronteras abiertas del

estrecho Gerlache, lo que hace el movimiento barotrópico de onda larga importante en este estrecho.

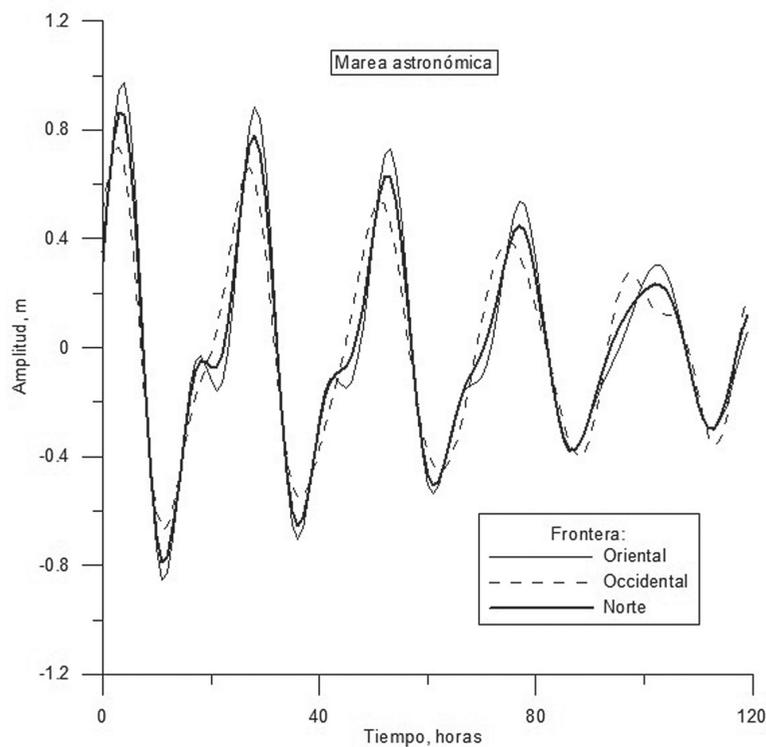


Figura 4. Comportamiento del nivel del mar en las tres fronteras, especificado en el modelo de acuerdo con los datos de la Tabla I.

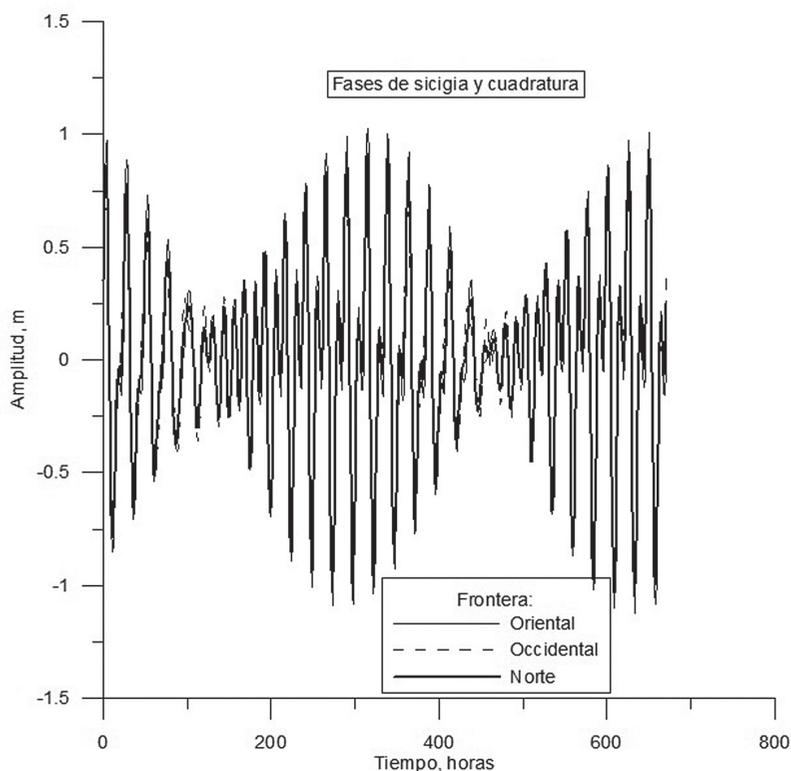


Figura 5. Comportamiento de la marea en las fronteras durante el mes lunar (28 días). El rango en sicigia supera 1.0 m; en la cuadratura es de 0.5 m, aproximadamente.

Estimación de los parámetros

La calibración preliminar del modelo fue ejecutada con el fin de optimizar los parámetros del modelo. Este procedimiento no es una validación de los resultados, debido a que la última debe ser realizada a través de unas campañas de mediciones especialmente con este objetivo.

La estimación de la turbulencia en horizontal se realizó con base en las fórmulas (26) y (27). Aplicando la fórmula (26) para el paso de grilla $\Delta = 200$ m (20000 cm), el valor de $A_{h0} = 910$ cm²/s = 0.091 m²/s. La fórmula (27) da $A_{h0} = 760$ cm²/s = 0.076 m²/s. Entonces, el valor tomado para el modelo fue $A_{h0} = 0.08$ m²/s.

El valor de la constante C_{Ah} en (25) fue tomado igual a 0.10. La difusión turbulenta en horizontal fue aceptada $D_h = A_h$ (números de Prandtl y Schmidt asumidos iguales a 1.0).

Las ecuaciones de transporte de calor (22) y sal (21) en el algoritmo numérico poseen una antidifusión ν en el esquema FCT [19]. Según el método citado, para los parámetros de la malla $\Delta = 200$ metros y $\Delta t = 20$ segundos (para el modo interno) y conociendo la velocidad característica del flujo ($U = 0.5$ m/s), se calculó el valor $\nu = 0.0025$.

La Figura 6 muestra la energía cinética en el tiempo desde el "arranque en frío" (hora 0). Se ve que para estabilizar el sistema, fuertemente dependiente de la marea, es necesario apenas unas 60 horas del arranque. El modelo corre las primeras 24 horas sin la parte termodinámica, luego en modo completo. Teniendo en cuenta que el período inercial en esta región es aproximadamente 13 horas, el comportamiento de la energía no demuestra estos ciclos, sino los ciclos de la marea.

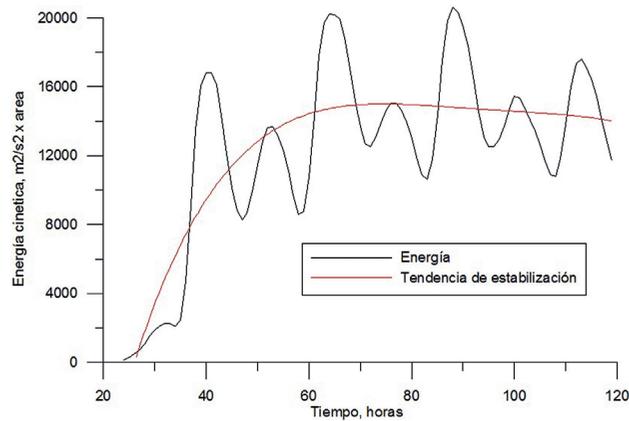


Figura 6. Estabilización de la energía cinética en el dominio de estudio durante las primeras 120 horas de cálculo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las figuras 7 y 8 muestran un desnivel producido por diferencias en el rango y la fase de la marea en las fronteras. Se observa que estas diferencias son significativas y pueden alcanzar unos 10 a 20 cm; lo que indica que la velocidad de corrientes debe ser relativamente alta y dice sobre la predominancia de las corrientes de la marea sobre las termohalinas (en ausencia de

los vientos). Las figuras 9 y 10 muestran la magnitud de las corrientes en la superficie; la velocidad de corrientes de la marea alcanza 1 m/s. Es de mencionar que los cálculos realizados con las corrientes termohalinas muestran su importancia también; su contribución es de un 40 %, con respecto a las corrientes de la marea, pero su influencia debe ser reducida por las épocas del año (máxima intensidad en el verano del hemisferio sur).

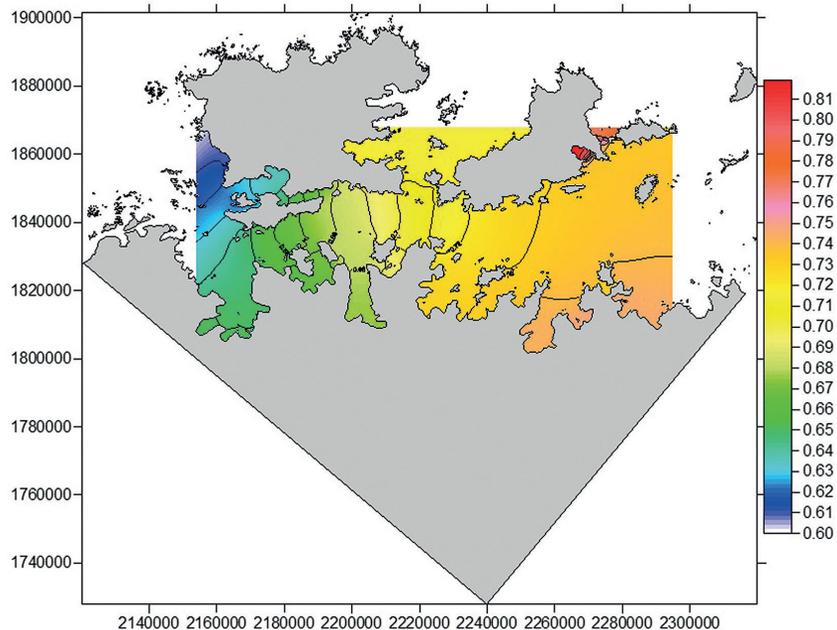


Figura 7. Campo del nivel del mar (m) en la fase de ascenso de la marea.

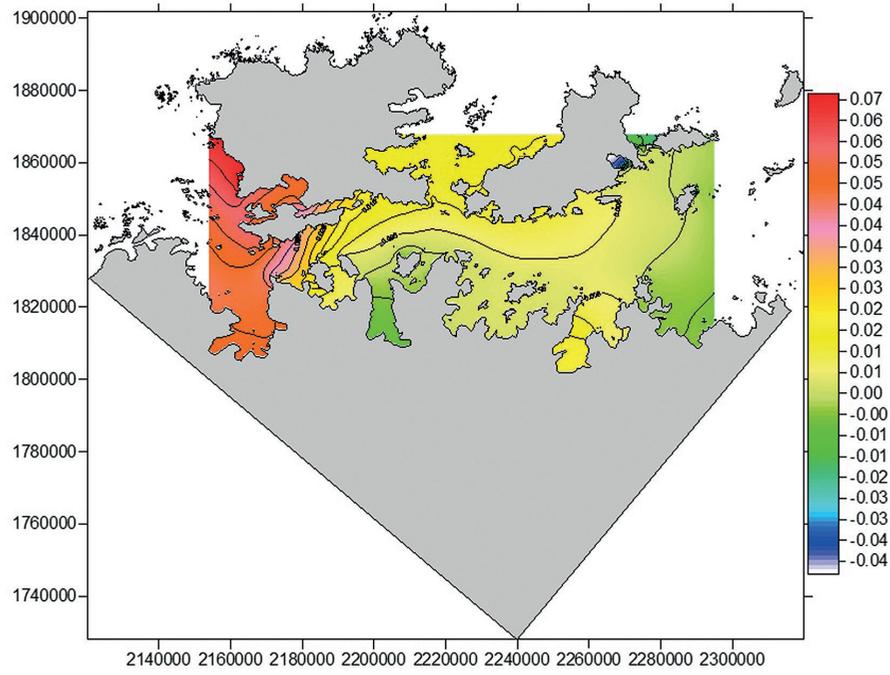


Figura 8. Campo del nivel del mar (m) en la fase de descenso de la marea.

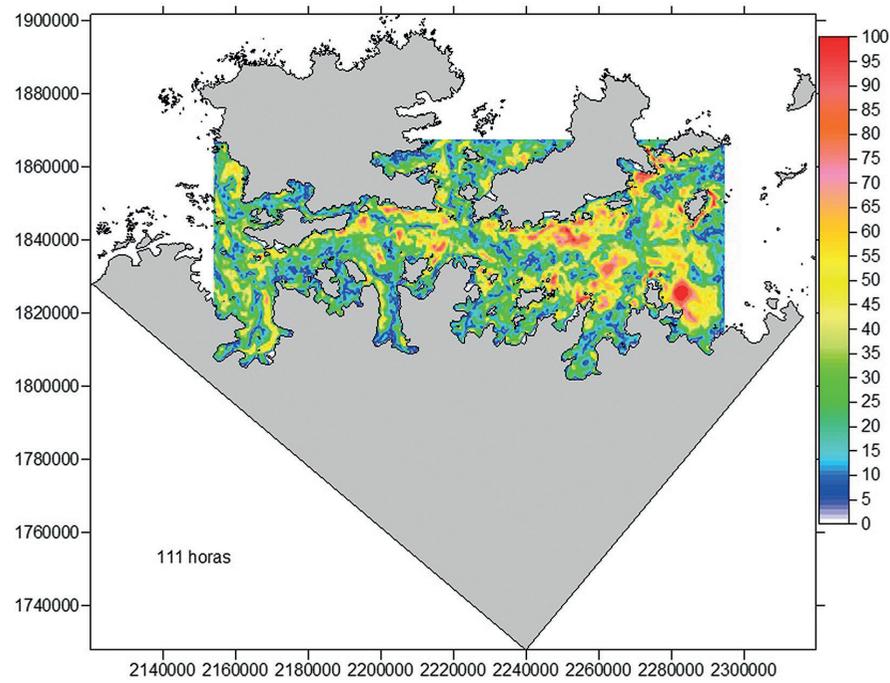


Figura 9. Velocidad de corrientes (cm/s) en ascenso de la marea (una hora antes de pleamar).

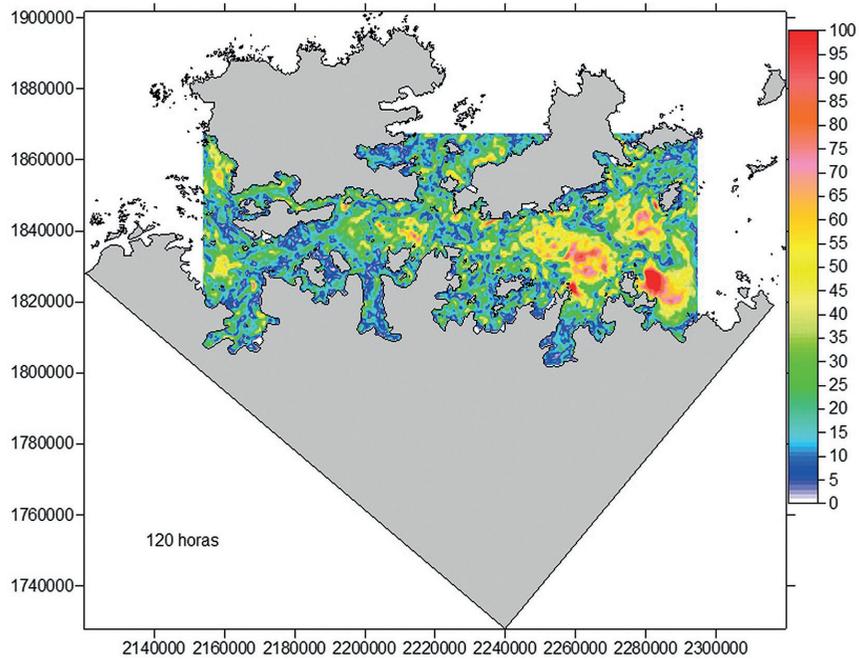


Figura 10. Velocidad de corrientes (cm/s) en descenso de la marea (una hora antes de bajamar).

La Figura 3 mostró la ubicación de los puntos de control para las pruebas del "lanzamiento" de los témpanos de hielo, mientras que en la Figura 11 aparece el comportamiento temporal de los niveles del mar en algunos de estos puntos. Se observa un rango de oscilación mayor de 1.6 m y

las armónicas semidiurnas con la predominancia de las diurnas. También se observa que la oscilación de la marea es similar desde las 24 horas a partir del "arranque en frío", aunque la energía cinética, como lo fue mencionado arriba, se estabiliza a partir de las 60 horas.

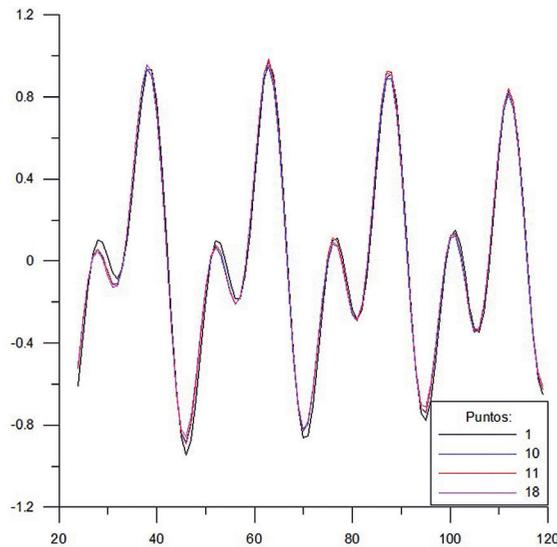


Figura 11. Ejemplo de comportamiento del nivel del mar en los puntos 1, 10, 11 y 18 de la Figura 3.

La Figura 12 muestra la prueba de simulación del movimiento de los témpanos de hielo desde los puntos indicados en la Figura 3. La duración del movimiento simulado era de cuatro días. Se observan las trayectorias sofisticadas. Estas se deben a un carácter complejo de la dinámica del Estrecho. Las Figuras 13a y 13b muestran unos fragmentos de la circulación superficial en una parte del dominio para las dos fases de la marea. Se

observan sistemas circulatorios con orden de 1 m/s de velocidad, aceleraciones y desaceleraciones del flujo de agua dentro del sistema de fiordos. No se observa un flujo y reflujo en un solo sentido.

Para el movimiento de los témpanos de hielo se empleó un modelo lagrangiano de trazadores. Las coordenadas de los trazadores se definen en cada paso de tiempo como:

$$\frac{dX_k}{dt} = \langle u \rangle + u'_k, \quad \frac{dY_k}{dt} = \langle v \rangle + v'_k,$$

Donde, $\langle u \rangle$ y $\langle v \rangle$ se buscan en el modelo hidrodinámico mediante interpolación de las velocidades U y V en los nodos de la respectiva malla con efectos de abatimiento de vientos,

mientras que las fluctuaciones u'_k y v'_k fueron asumidas poco significativas por gran inercia de las masas de los témpanos. El rol de las últimas debe ser analizado con base en las observaciones.

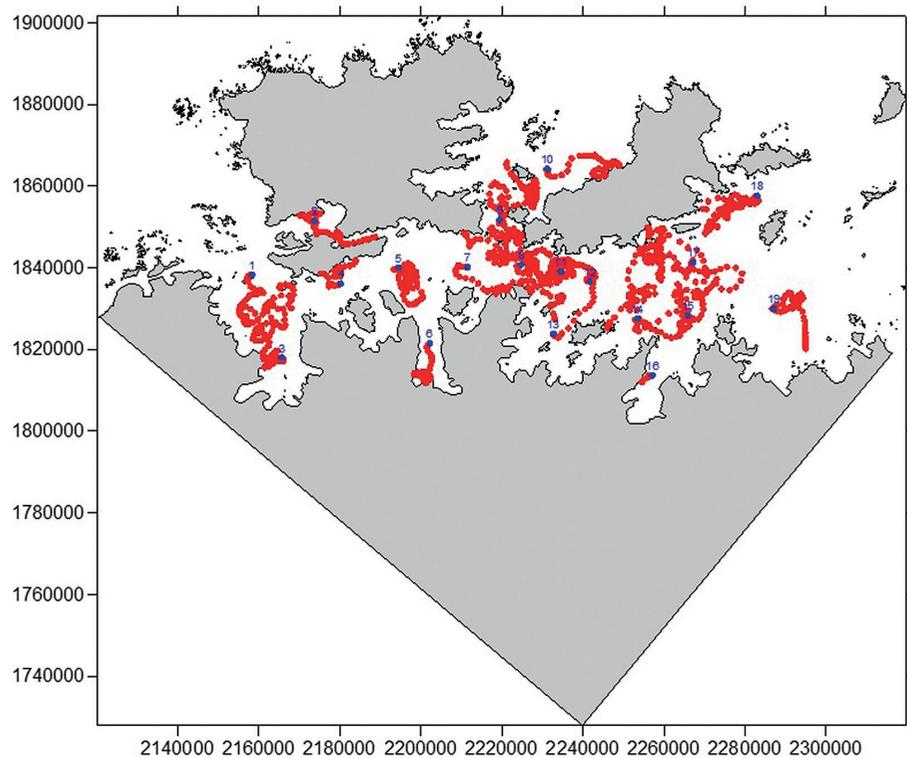


Figura 12. Dinámica de los témpanos de hielo durante los cuatro días a partir de los puntos indicados.

Las figuras 14 y 15 son ejemplos de los campos de la temperatura y salinidad en la superficie del mar, resultado de la implementación del modelo hidrodinámico con las condiciones de contorno especificados con base en las mediciones oceanográficas de la Primera Expedición. Con este fin, con base en datos de CTD se conformaron los transectos de la temperatura y salinidad en cada frontera abierta (figuras 1 y 2), y para las condiciones iniciales se realizó

una interpolación espacial (método de distancias inversas). De acuerdo con las condiciones (ecuación 15) de Orlandy-Zommerfeld, los transectos de $T(z)$ y $S(z)$ solo afectan cuando el flujo del agua es entrante. Por otro lado, las condiciones iniciales es una formalidad, puesto que los campos termohalinos deben formarse durante el "arranque en frío" por el modelo, de acuerdo con los respectivos procesos en el dominio y sus fronteras.

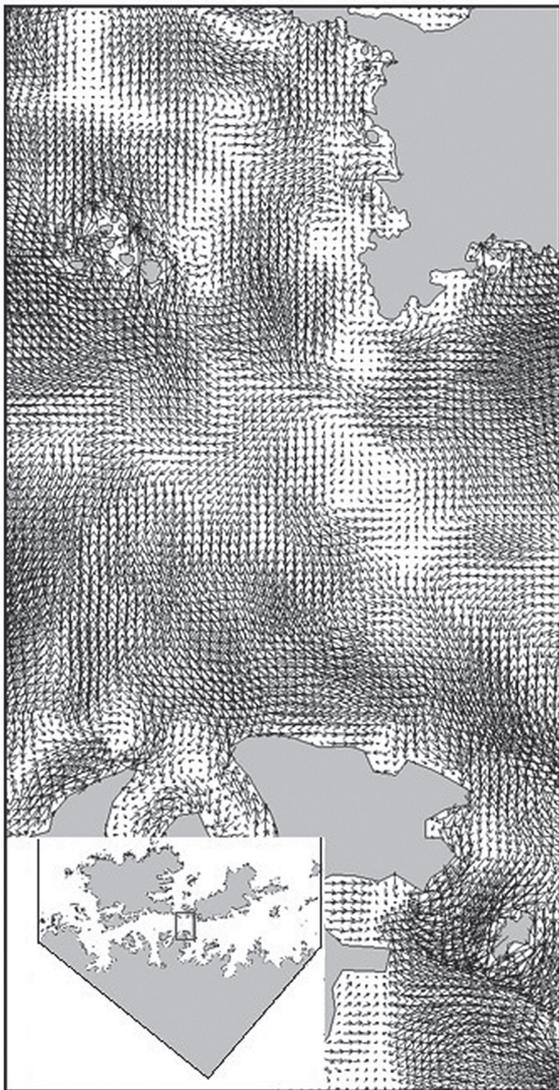


Figura 13a. Ejemplo circulación del agua en la fase de ascenso de la marea.

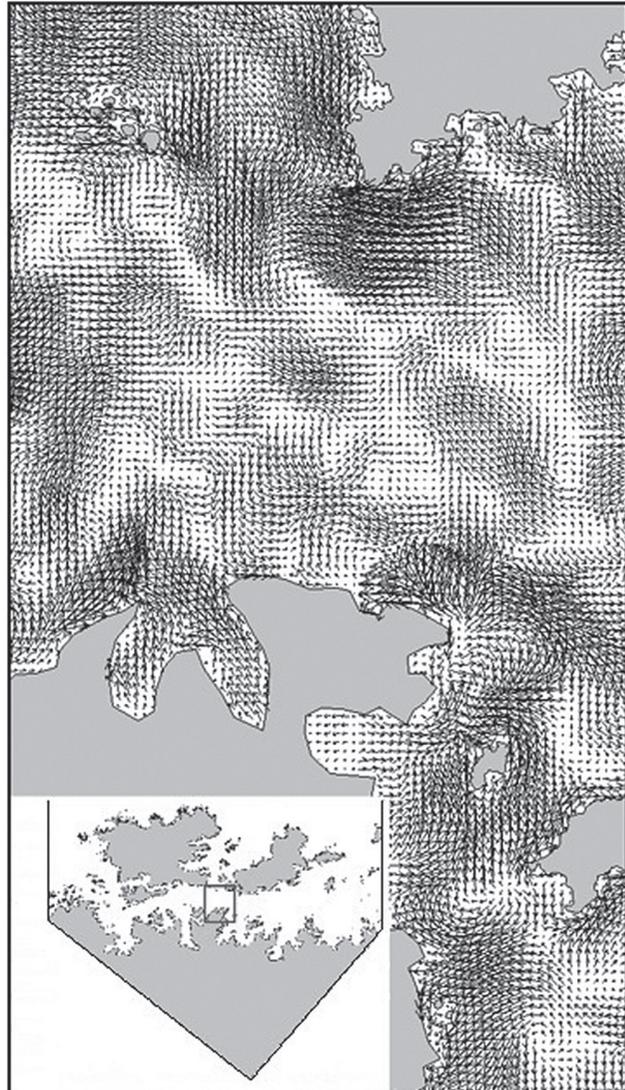


Figura 13b. Ejemplo circulación del agua en la fase de descenso de la marea.

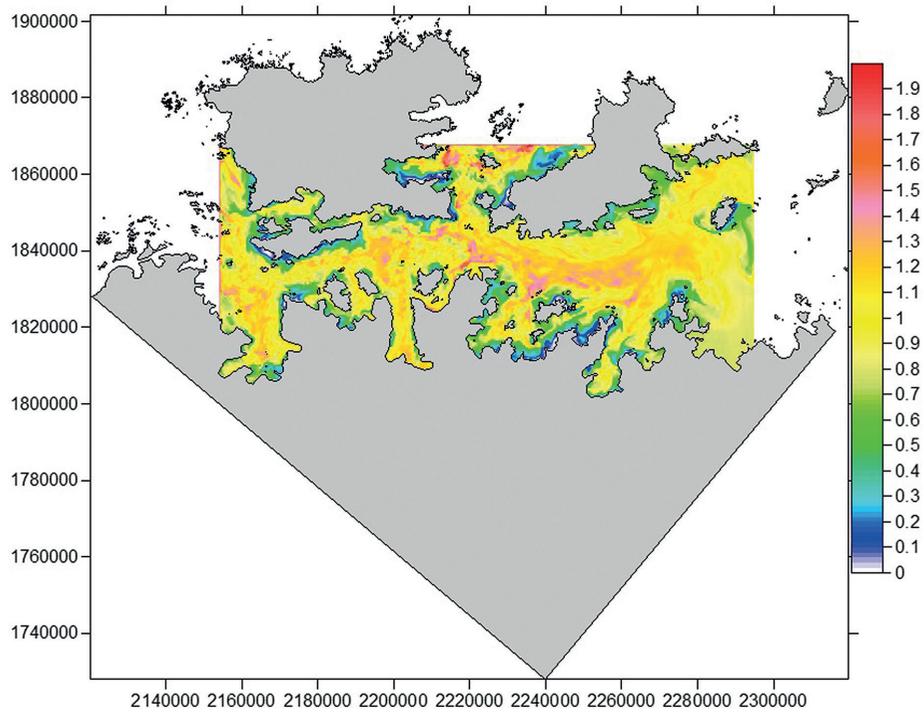


Figura 14. Campo de temperatura (°C) en la superficie del mar.

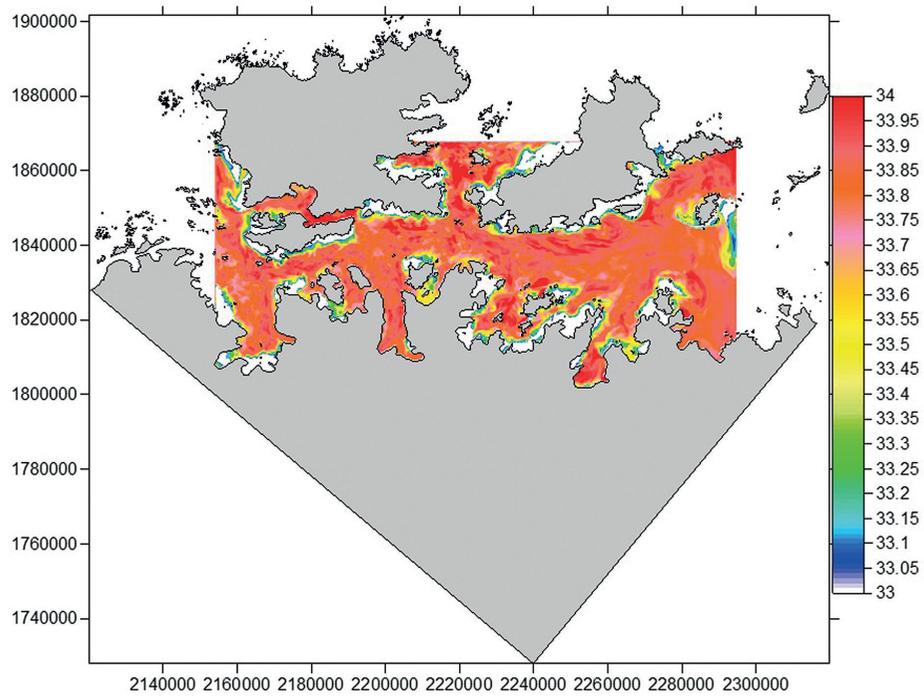


Figura 15. Campo de salinidad en la superficie del mar.

CONCLUSIONES

Se implementó un modelo hidrodinámico 3D no estacionario, con la superficie libre, la termodinámica completa y la capacidad de realizar los cálculos en dominios estrechos y con cambios bruscos del espacio horizontal entre los contornos sólidos, la situación presentada en el estrecho de Gerlache por ser un sistema de fiordos con múltiples bahías pequeñas y una centena de islas en el dominio de cálculo.

Este dominio se extiende unos 150 km de largo, entre las estaciones Palmer y Primavera, y 80 km de ancho aproximadamente hasta una tercera frontera abierta que es el canal de Gerlache. La profundidad del dominio alcanza 1400 m, la malla construida es de 200 x 200 m (706 x 330 nodos de cálculo). Con esta alta resolución espacial se resuelve la dinámica de pequeñas bahías, pero a un alto costo computacional. Sin embargo, los ensayos con el modelo demostraron que el tiempo de cálculo es controlable y es inferior a los tiempos de pronóstico en caso operacional, lo que implica que el modelo pueda ser implementado en este modo en acople con un modelo meteorológico.

Se encontró que la marea astronómica en el área de estudio es mixta y se encuentra entre la predominancia diurna y semidiurna de manera marginal a este criterio de clasificación de la marea. Lo importante es que existe un desnivel entre las fronteras abiertas del dominio para todas las cuatro armónicas principales (M2 – principal lunar semidiurna; S2 – principal solar semidiurna y otras dos diurnas: O1 lunar y K1 luni-solar). El desnivel se debe a la variación de fase de cada constituyente y, finalmente, domina la circulación del agua del modo barotrópico con unas velocidades alrededor de 100 cm/s. Las corrientes termohalinas pueden aumentar esta velocidad hasta 140 cm/s, pero se considera que su importancia es limitada por el período del verano del hemisferio sur. Se asume también que durante el invierno la presencia de hielos fijos limita la importancia de la marea, así que los resultados presentes en esta investigación podrán ser sobreestimados para el período frío del año. Bajo estas condiciones se requiere de un bloque de interacción entre el océano y atmósfera para tener en cuenta la dinámica estacional de los hielos fijos.

Por otro lado, las estimaciones hechas muestran que no se esperan ondulaciones de tipo seiches por la resonancia de ondas largas de la marea en las bahías, pero sí se puede presentar una resonancia con las ondas

infragravitacionales. Esto requiere unos estudios específicos con el modelo implementado. Del mismo modo, las latitudes del dominio son cercanas a las "latitudes críticas", debido a que las armónicas semidiurnas de la marea se encuentran con los períodos muy cercanos al período inercial en estas latitudes, lo que en promedio es de trece horas. Por lo anterior, es de importancia a enfocar los estudios a los efectos de la estratificación termohalina, por lo menos para el período de verano del hemisferio sur.

El enfoque práctico del modelo debe hacerse en los temas de la seguridad marítima: el pronóstico a corto plazo de desplazamiento de témpanos de hielo y la predicción de la dinámica de manchas de hidrocarburos en casos hipotéticos de un eventual derrame y la prevención de desastres naturales.

AGRADECIMIENTOS

La investigación fue realizada dentro del Proyecto de Investigación Científica para la Seguridad Marítima en la Antártica (ICEMAN), financiado por la Dirección General Marítima en el marco del contrato No. 096-GINRED4/2015. Se emplearon los datos batimétricos y oceanográficos obtenidos durante la Primera Expedición Científica de Colombia en la Antártica.

El autor expresar su agradecimiento a Ángela Tatiana Rodríguez Tobar por la discusión del tema en la etapa de la formulación metodológica.

LITERATURA CITADA

- [1] Moffat, C., R. Beardsley, Owens, B. & Van Lipzig, N. A first description of the Antarctic Peninsula Coastal Current. *Deep Research II* 55. 2007. Pp. 277-293.
- [2] Zhou, M., P. Niilerb, Zhua, Y. & Dorlanda, R. The western boundary current in the Bransfield Strait, Antarctica. *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers* Volume 53, Issue 7, July 2006, pp. 1244-1252.
- [3] Amos, A. RACER: Meteorological conditions during the spring bloom in the Gerlache Strait. *Antarctic Journal of the United States*. 1990. Pp. 128-131.
- [4] García, M., Castro, C., Ríos, A., Doval, M., Rosón, Gomis, D. Water masses and distribution of physico-chemical properties

- in the Western Bransfield Strait and Gerlache Strait during Austral summer 1995/96. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography* 2002, 49: 585-609 pp. [5] Smith, D. & Klinck, J. Water properties on the west Antarctic Peninsula continental shelf: a model study of effects of surface fluxes and sea ice. *Deep-Sea Research II* 49 (2002) pp. 4863-4886.
- [6] Wouters, B., Martin-Español, A., Helm, V., Flament, T., van Wessem, J., Ligtenberg, S., van den Broeke, M. & Bamber, J. Dynamic thinning of glaciers on the Southern Antarctic Peninsula. *Science* 22 May 2015: Vol. 348 No. 6237 pp. 899-903.
- [7] Dragani W.C., M.R. Drabble, E.E. D'Onofrio & C.A. Mazio. Propagation and amplification of tide at the Bransfield and Gerlache Straits, northwestern Antarctic Peninsula. *Polar Geosci.*, 2004,17: 156-170.
- [8] IOC, IHO, BODC. 2003. Centenary Edition of the GEBCO Digital Atlas. Published on CD-ROM on behalf of the Intergovernmental Oceanographic Commission and the International Hydrographic Organization as part of the General Bathymetric Chart of the Oceans. British Oceanographic Data Centre, Liverpool. Disponible en: <http://www.gebco.net/>
- [9] Mellor, G. and Yamada T. A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers. *J. Atmos. Sci.*, 1974, 31: 1791-1806.
- [10] Romero, C. Modelo dinámico estocástico para las operaciones de búsqueda y rescate en el mar. Tesis de Maestría en Oceanografía, ENAP, 2015. 71 pp.
- [11] Blumberg, A.F. A numeric investigation into the dynamics of estuarine circulation. Johns Hopkins University, Chesapeake Bay Institute Tech. Report 91, 1975. 110 pp.
- [12] Blumberg, A.F. The influence of density variations on estuarine tides and circulations. *Estuarine and Coastal Marine Science*, 1978, 6: 209-215.
- [13] Wang, D.-P., and D.W. Kravitz. A semi-implicit two-dimensional model of estuarine circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, 1980, 3: 441-454.
- [14] Hess, K.W. MECCA Programs Documentation. NESDIS, NOAA. 1989.
- [15] Mamaev, O.I. A simplified relationship between density, temperature and salinity of sea water. *Akad. Nauk., Geophys. Sers.*, 1964, 2: 180-181.
- [16] Wu, J. Wind-stress coefficients over sea surface near neutral conditions – a revisit. *J. Phys. Oceanogr.*, 1975, 10: 727-740.
- [17] Zhukov, L.A. *Oceanología básica*. Leningrado, Gidrometeoizdat, 1976. 376 P. (en ruso)
- [18] Pond, S. & Pickard, G. *Introductory Dynamical Oceanography*. 2-nd edition. Elsevier, 1983. 329 pp.
- [19] Lonin, S.A. Cálculo de la transparencia del agua en la bahía de Cartagena. *Boletín Científico CIOH* 1997, 18: 85-92.